



KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH

Institut für Kernphysik

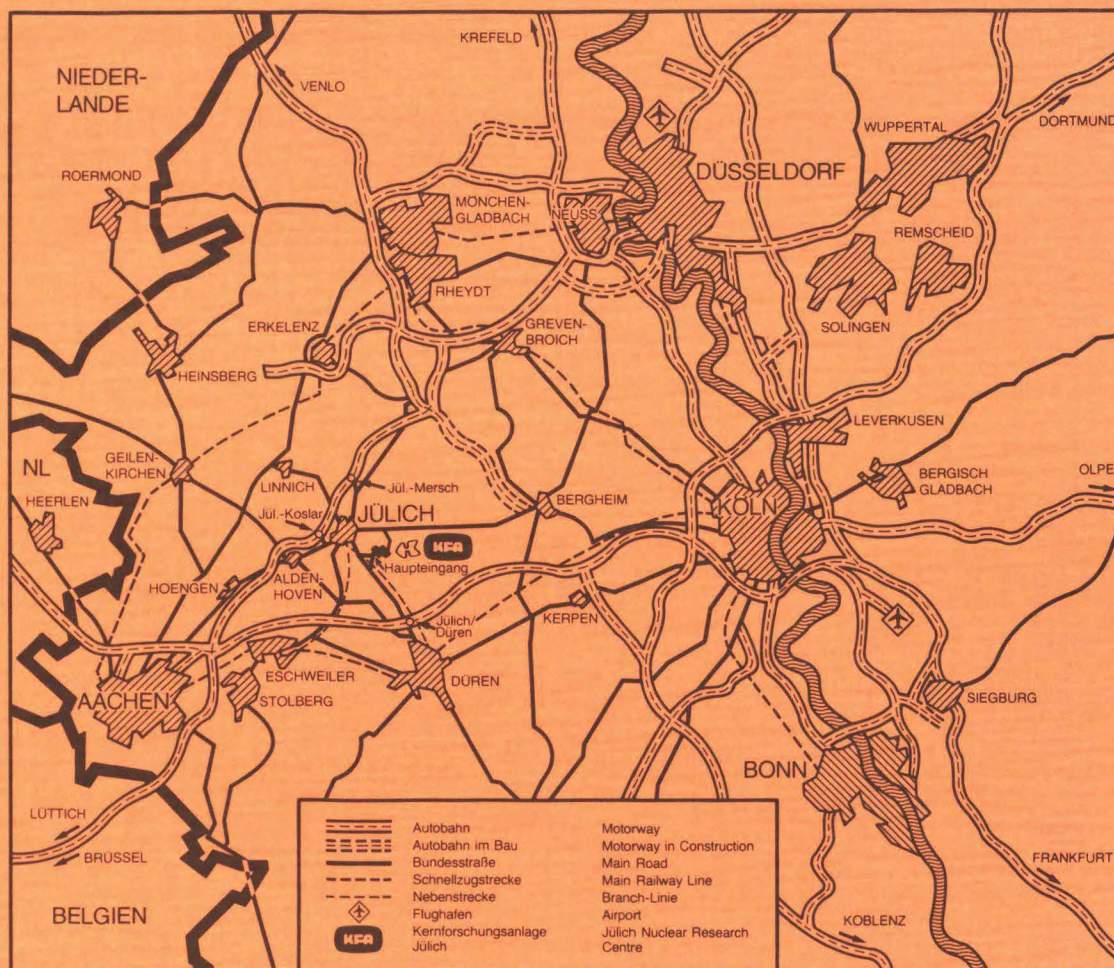
**Kaon-Nukleon-Streuung mit
einem mesonentheoretischen Potential**

von

R. Büttgen

Jül - Spez - 314
Mai 1985
ISSN 0343-7639





Als Manuskript gedruckt

Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 314
 Institut für Kernphysik Jül-Spez-314

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH
 Postfach 19 13 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)
 Telefon: 02461/610 · Telex: 833556-0 kf d

Kaon-Nukleon-Streuung mit einem mesonentheoretischen Potential

von

R. Büttgen

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Das Ein-Boson-Austauschpotential	4
2.1 Mögliche Austauschpotentiale	4
2.2 Definition	6
2.3 Transformation in die JLS-Basis	13
3. Das Zwei-Boson-Austauschpotential	17
3.1 Mögliche Austauschpotentiale	17
3.2 Definition	18
3.3 Transformation in die JLS-Basis	20
4. Formfaktor und Isospin	26
5. Lösung der R-Matrix	28
6. Resultate	30
Tabellen und Figuren	33
Anhänge	57

1. Einleitung

Das K^+ -Meson, bestehend aus einem \bar{s} - und einem u -Quark, ist wegen seiner relativ schwachen Wechselwirkung mit Nukleonen eine geeignete Probe zur Untersuchung des inneren Bereichs von Atomkernen. Da das Anti-Quark (\bar{s} -Quark) des K^+ -Mesons mit keinem Quark des Neutrons (n) annihilieren kann, entstehen nur "exotische" Z^* -Resonanzen (Fig. 1), so daß die Absorption von K^+ -Mesonen in Kernen relativ schwach ist.

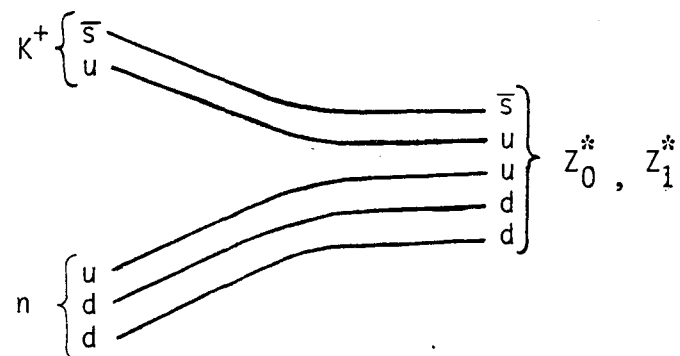


Fig. 1: Quarkstruktur der K^+ n -Streuung

Andererseits können durch Beschuß von Kernen mit K^- -Mesonen, die aus einem s - und einem \bar{u} -Quark bestehen, sog. Hyperkerne entstehen (Fig. 2), deren Studium ein zur Zeit sehr aktuelles Forschungsgebiet darstellt. Im Gegensatz zum K^+ -Meson besitzt das K^- -Meson ein \bar{u} -Quark, das mit einem u -Quark des Protons (p) annihilieren kann und so ein Baryon mit Strangeness entsteht.

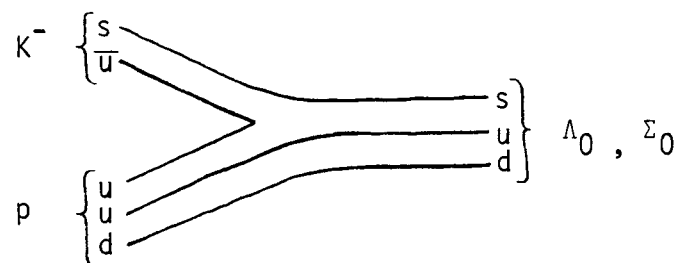


Fig. 2: Quarkstruktur der K^- p -Streuung

Grundlage beider Prozesse ist die elementare Kaon-Nukleon-Wechselwirkung, deren empirische Kenntnis zur Zeit leider noch recht bruchstückhaft ist.

Eine mesonentheoretische Kaon-Nukleon-Wechselwirkung haben Davis, Cottingham und Alcock in ihrer Arbeit (DCA76) abgeleitet. Mit Hilfe einer Näherung der 4-dimensionalen Bethe-Salpeter Gleichung, die zu einer 3-dimensionalen Gleichung führt (Blankenbecler-Sugar-Gleichung), haben sie die Streuphasen unter Berücksichtigung eines σ -, ω -, ρ - und Λ -Austausches bestimmt. Nur mit diesen vier Austauschpotentialen alleine war es ihnen nicht möglich, alle Phasen gut zu beschreiben (speziell in der $P_{I=1,2J=3}$ -Phase fehlt genügend Attraktion; mit I ist der Isospin und mit J der Gesamtdrehimpuls bezeichnet). In einer weiteren Arbeit (DCA78) untersuchten Davis, Cottingham und Alcock daher den Einfluß von Pion-Austauschprozessen höherer Ordnung mit einem K^* -Zwischenzustand.

Alternativ zur Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichung soll in dieser Arbeit in einem Verfahren analog zur Konstruktion des Bonner Nukleon-Nukleon Potentials ein Kaon-Nukleon Potential im Helizitätsformalismus und zeitgeordneter Störungstheorie hergeleitet werden.

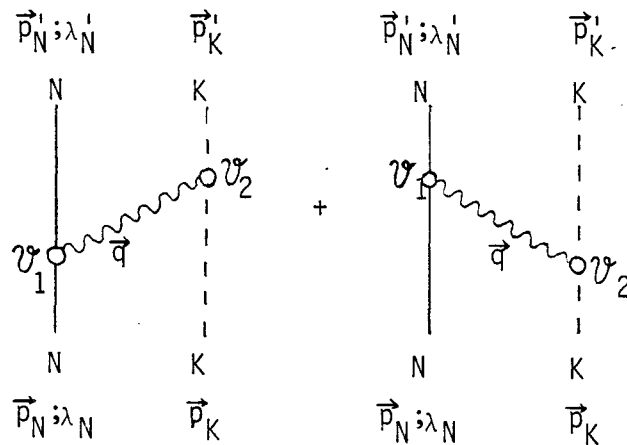
Bereits in der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung wird das σ -Meson als fiktives Teilchen, dessen Masse und Kopplungskonstante angefittet ist, zur effektiven Beschreibung des 2-Pion-Austausches benutzt. Ob in der Kaon-Nukleon Wechselwirkung eine ähnliche Näherung möglich ist, muß erst getestet werden. Daher soll in dieser Arbeit, im Gegensatz zu oben genannter Arbeit (DCA76), das σ -Meson nicht zur Beschreibung der Kaon-Nukleon Wechselwirkung herangezogen werden (die durchgeführten numerischen Rechnungen bestätigen diese Entscheidung), sondern nur zum Vergleich mit einem Prozeß höherer Ordnung benutzt werden.

Aus den Prozessen höherer Ordnung haben wir im Rahmen dieser Arbeit ein ρ -Box-Potential ausgewählt, da dieses in obengenannter Arbeit (DCA78) nicht untersucht wurde, aber eine entscheidende Verbesserung der P_{13} -Phase mit sich bringt.

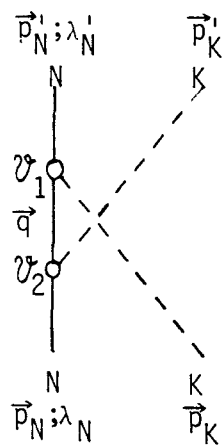
2. Das Ein-Boson-Austauschpotential

2.1 Mögliche Austauschpotentiale

Für die Kaon-Nukleon Wechselwirkung existieren zwei unterschiedliche Graphen, der direkte Graph



der eine Wechselwirkung zwischen Kaon und Nukleon beschreibt, in der Mesonen ohne Strangeness ausgetauscht werden, und der Austauschgraph



in dem ein Baryon mit Strangeness ausgetauscht wird. Berücksichtigt man an den Vertices U_1 und U_2 Spin- und Paritätserhaltung, ergeben sich für den direkten Graphen die Mesonen mit $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, \dots$ (Spin^{Raum}parität) und $I = 0, 1$ (Iso-spin).

J^P	I	Meson
0^+	0	σ
	1	δ
1^-	0	ω
	1	ρ

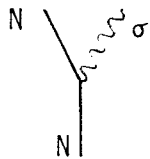
Wegen der hohen Masse und damit extremen Kurzreichweitigkeit der Potentiale der Mesonen mit $J > 2$ können diese Teilchen vernachlässigt werden. Ebenfalls vernachlässigt werden kann das δ -Meson, da die Kopplungskonstante $g_{N\delta N}$ sehr klein ist. Für den Austauschgraphen beschränken wir uns auf Baryonen mit $J^P = 1/2^+$ und $I = 0,1$

J^P	I	Baryon
$1/2^+$	0	Λ
	1	Σ

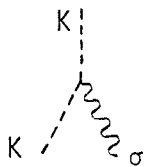
Da beide Baryonen $\Lambda(1116)$ und $\Sigma(1193)$ annähernd gleiche Massen besitzen und die Kopplungskonstante des Σ -Baryons im Verhältnis zur Kopplungskonstante des Λ -Baryons sehr klein ist ($g_{N\Sigma K} \ll g_{N\Lambda K}$), reicht es aus, sich auf den Austausch des Λ -Baryons zu beschränken. Man beachte auch den in Kapitel 6 diskutierten geringen Beitrag der Baryonen, der die Beschränkung auf das Λ -Baryon ebenfalls bestätigt. Es sei noch darauf hingewiesen, daß im Gegensatz zum direkten Graphen im Austauschgraph auch Strangeness ausgetauscht wird.

2.2 Definition

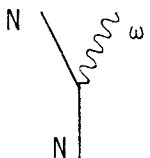
Ausgangspunkt zur Berechnung des Ein-Boson-Austauschpotentials sind die folgenden Lagrange-Dichten \mathcal{L} (Erk74, Fer79), die die einzelnen Kopplungen der Baryonen und Mesonen beschreiben.



$$\mathcal{L}_{N\sigma N} = g_{N\sigma N} \phi_{\sigma}(x) \bar{\Psi}_N(x) \Psi_N(x)$$

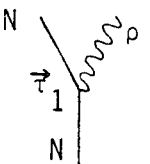


$$\mathcal{L}_{K\sigma K} = g_{K\sigma K} M_K \psi_K^+(x) \psi_K(x) \phi_{\sigma}(x)$$



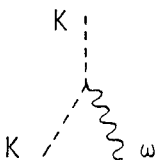
$$\mathcal{L}_{N\omega N} = g_{N\omega N} (\phi_{\omega}(x))^{\mu} \bar{\Psi}_N(x) \gamma^{\mu} \Psi_N(x)$$

$$+ \frac{f_{N\omega N}}{4M} \{ \partial_{\mu}(\phi_{\omega}(x))^{\nu} - \partial_{\nu}(\phi_{\omega}(x))^{\mu} \} \bar{\Psi}_N(x) \sigma^{\mu\nu} \Psi_N(x)$$

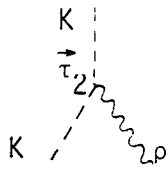


$$\mathcal{L}_{N\rho N} = g_{N\rho N} (\phi_{\rho}(x))^{\mu} \bar{\Psi}_N(x) \gamma^{\mu} \vec{\tau}_1 \Psi_N(x)$$

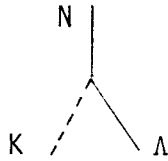
$$+ \frac{f_{N\rho N}}{4M} \{ \partial_{\mu}(\phi_{\rho}(x))^{\nu} - \partial_{\nu}(\phi_{\rho}(x))^{\mu} \} \bar{\Psi}_N(x) \sigma^{\mu\nu} \vec{\tau}_1 \Psi_N(x)$$



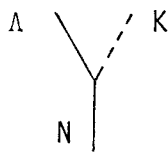
$$\mathcal{L}_{K\omega K} = \frac{ig_{K\omega K}}{2} \{ \psi_K^+(x) \partial^{\nu} \psi_K(x) - \partial^{\nu} \psi_K^+(x) \psi_K(x) \} (\phi_{\omega}(x))_{\nu}$$



$$\mathcal{L}_{K\rho K} = \frac{ig_{K\rho K}}{2} \{ \bar{\psi}_K^+(x) \vec{\tau}_2 \partial^\nu \psi_K(x) - \partial^\nu \bar{\psi}_K^+(x) \vec{\tau}_2 \psi_K(x) \} (\Phi_\rho(x))_\nu$$



$$\mathcal{L}_{N\Lambda K} = g_{N\Lambda K} \bar{\psi}_N(x) i\gamma^5 \psi_K(x) \Phi_\Lambda(x)$$



$$\mathcal{L}_{K\Lambda N} = g_{N\Lambda K} \bar{\Phi}_\Lambda(x) \psi_K^+(x) i\gamma^5 \psi_N(x)$$

In den Lagrange-Dichten haben die Abkürzungen folgende Bedeutung:

- g, f : Kopplungskonstanten
- M_K : Masse des Kaons
- M : Normierungsmasse (Nukleonenmasse)
- $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2$: Pauli-Matrizen
- $\sigma^{\mu\nu}$: Produkt von Dirac-Matrizen ($\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$)

Die ein- und auslaufenden Feldoperatoren (Rom69) sind in der Helizitätsbasis definiert durch:

Nukleonen:
$$\psi_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \sum_{\lambda_N, t_N} \int d^3p_N a(p_N; \lambda_N, t_N) u(p_N; \lambda_N) \exp(-ip_N x) \chi(t_N)$$

$$\bar{\psi}_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \sum_{\lambda'_N, t'_N} \int d^3p'_N a^+(p'_N; \lambda'_N, t'_N) \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \exp(ip'_N x) \chi^+(t'_N)$$

Kaonen:
$$\psi_K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \sum_{t_K} \int d^3p_K \frac{1}{\sqrt{2E_K}} b(p_K; t_K) \exp(-ip_K x) \chi(t_K)$$

$$\psi_K^+(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \sum_{t'_K} \int d^3p'_K \frac{1}{\sqrt{2E'_K}} b^+(p'_K; t'_K) \exp(ip'_K x) \chi^+(t'_K)$$

$$\text{mit } E_K = \sqrt{p_K^2 + M_K^2} \text{ und } E'_K = \sqrt{p_K'^2 + M_K^2}$$

$$\text{Skalarmesonen: } \Phi_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \int d^3q_{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2E_{\sigma}}} \{c(q_{\sigma}) \exp(-iq_{\sigma}x) + c^+(q_{\sigma}) \exp(iq_{\sigma}x)\}$$

$$\text{mit } E_{\sigma} = \sqrt{q_{\sigma}^2 + M_{\sigma}^2}$$

$$\text{Vektormesonen: } (\Phi_V(x))_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \int d^3q_V \frac{1}{\sqrt{2E_V}} \sum_{S_V} \epsilon_{\mu}(q_V)$$

$$\{d(q_V; S_V, t_V) \exp(-iq_V x) + d^+(q_V; S_V, t_V) \exp(iq_V x)\}$$

$$\text{mit } V = \omega, \rho \quad \text{und} \quad E_V = \sqrt{q_V^2 + M_V^2}$$

$$\Lambda\text{-Baryonen: } \Phi_{\Lambda}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \int d^3q_{\Lambda} \sum_{\lambda_N} e(q_{\Lambda}; \lambda_{\Lambda}) u(q_{\Lambda}; \lambda_{\Lambda}) \exp(-iq_{\Lambda} x)$$

$$\bar{\Phi}_{\Lambda}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \int d^3q_{\Lambda} \sum_{\lambda_N} e^+(q_{\Lambda}; \lambda_{\Lambda}) \bar{u}(q_{\Lambda}; \lambda_{\Lambda}) \exp(iq_{\Lambda} x)$$

In den Feldoperatoren sind mit $a, a^+, b, b^+, c, c^+, d, d^+$ und e, e^+ die jeweiligen Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren und mit $\chi(t)$ und $\chi^+(t')$ die Pauli-Spinoren für den Isospin und mit λ und λ' die Helizitätsamplituden der ein- und auslaufenden Teilchen bezeichnet. In Anhang A sind die für diese Arbeit gewählten Definitionen der Pauli-Matrizen τ , der Dirac-Matrizen γ^{μ} , der Dirac-Spinoren $u(p; \lambda)$ und der Polarisationsvektoren $\epsilon_{\mu}(q)$ angegeben.

Mit den oben angegebenen Feldoperatoren ergeben sich aus den Integralen der Lagrange-Dichten die Vertexoperatoren \mathcal{V}

$$\mathcal{V} = - \int \mathcal{L} dx \Big|_{x_0=0}$$

die den Wechselwirkungsanteil der einzelnen Vertices in nicht-kovarianter Form beschreiben. Dabei ist die 0-te Komponente des Vierervektors $x = (x_0, \vec{x})$ nach Ausführung sämtlicher Ableitungen und vor der Integration gleich 0 zu setzen. Die einzelnen Vertexfunktionen haben folgende Form:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{N\sigma N} &= -\delta(\vec{p}'_N - \vec{p}_N - \vec{q}_\sigma) \frac{g_{N\sigma N}}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_\sigma}} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) u(p_N; \lambda_N) \\ \mathcal{V}_{K\sigma K} &= -\delta(\vec{p}'_K - \vec{p}_K - \vec{q}_\sigma) \frac{g_{K\sigma K} M_K}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{8E_\sigma E_K E_K}} \\ \mathcal{V}_{NVN} &= \delta(\vec{p}'_N - \vec{p}_N + \vec{q}_V) \frac{1}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_V}} \epsilon^\mu(q_V) \\ &\quad \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \{-G_{NVN} \gamma^\mu + \frac{f_{NVN}}{2M} (p'_N + p_N)^\mu\} u(p_N; \lambda_N) \\ \mathcal{V}_{KVK} &= -\delta(\vec{p}'_K - \vec{p}_K - \vec{q}_V) \frac{g_{KVK}}{2\sqrt{2\pi^3} \sqrt{8E_V E_K E_K}} (p'_K + p_K)^\nu \epsilon_\nu(q_V) \\ \mathcal{V}_{N\Lambda K} &= -\delta(\vec{p}'_N - \vec{p}_K - \vec{q}_\Lambda) \frac{ig_{N\Lambda K}}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_K}} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \gamma^5 u(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \\ \mathcal{V}_{K\Lambda N} &= -\delta(\vec{p}'_K - \vec{p}_N + \vec{q}_\Lambda) \frac{ig_{N\Lambda K}}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_K}} \bar{u}(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \gamma^5 u(p_N; \lambda_N)\end{aligned}$$

In den Vertexfunktionen wurde der Isospinanteil der Wechselwirkung vernachlässigt, um später (in Kapitel 4) als Faktor an die Potentiale multipliziert zu werden. Die Herleitung der Vertexfunktionen befindet sich in Anhang B.

Mit diesen Vertexfunktionen lassen sich die Strukturen der Übergangsmatrixelemente $\langle \lambda'_N | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle$ des direkten Graphen und des Austauschgraphen nach folgender Vorschrift bestimmen:

$$\langle \lambda'_N | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle \sim \mathcal{V}_1 \text{ pr } \mathcal{V}_2$$

Der Propagator der zeitgeordneten Störungstheorie (relativistischer Propagator) Pr hat für den direkten Graphen die Form

$$Pr = \frac{1}{z - E_N - E_{ex} - E_K} + \frac{1}{z - E_N^* - E_{ex} - E_K}$$

und für den Austauschgraphen die Form

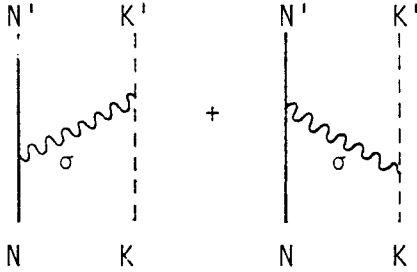
$$Pr = \frac{1}{z - E_K - E_{ex} - E_K^*}$$

mit der Startenergie $z = E_N + E_K$ und der Energie des Austauschteilchens E_{ex} .

Erhöht man die Startenergie z , treten Singularitäten auf, die die Berücksichtigung von inelastischen Effekten zur Folge haben. Da in dieser Arbeit nur die elastischen Streuphasen betrachtet werden sollen, wird bei der Herleitung der Potentiale ein Wert p_0 angegeben, der den Laborimpuls des Kaons angibt, bei dem man noch unterhalb der Singularitäten rechnet. Zum Vergleich mit dem Propagator der zeitgeordneten Störungstheorie haben wir auch einen statischen Grenzwert angegeben, in dem alle Energien bis auf die Energie des Austauschteilchens vernachlässigt werden. Diese Näherung besitzt keine Singularitäten, so daß auch eine Berechnung der Potentiale, und somit der Streuphasen, oberhalb p_0 möglich ist.

Die genaue Herleitung der Übergangsmatrixelemente im CM-System befindet sich in Anhang C.

Skalarmeson-Austausch:



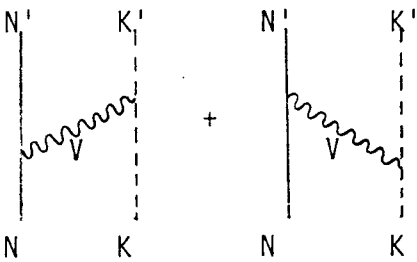
$$\langle \lambda'_N | V_\sigma(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \{ A^1_{\sigma NK}(\vec{p}', \vec{p}) + 4 \lambda'_N \lambda_N A^2_{\sigma NK}(\vec{p}', \vec{p}) \} \langle \lambda'_N | \lambda_N \rangle$$

$$\text{mit } A^1_{\sigma NK}(\vec{p}', \vec{p}) = \sqrt{\frac{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}{E'_N E'_K E_N E_K}} \frac{Pr_\sigma}{8 E_\sigma (2\pi)^3} M_K g_{N\sigma N} g_{K\sigma K}$$

$$A^2_{\sigma NK}(\vec{p}', \vec{p}) = -A^1_{\sigma NK}(\vec{p}', \vec{p}) \frac{p' p}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}$$

$$p_0 = 0,95 \text{ GeV}$$

Vektormeson-Austausch:



$$\langle \lambda'_N | V_V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \{ A^1_{V NK}(\vec{p}', \vec{p}) + 4 \lambda'_N \lambda_N A^2_{V NK}(\vec{p}', \vec{p}) \} \langle \lambda'_N | \lambda_N \rangle$$

$$\text{mit } A^1_{V NK}(\vec{p}', \vec{p}) = \sqrt{\frac{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}{E'_N E'_K E_N E_K}} \frac{Pr_V}{16 E_V (2\pi)^3}$$

$$[G_{NVN} g_{KVK} (M'_N + M_N - E'_N - E'_K - E_N - E_K)$$

$$+ \frac{f_{NVN} g_{KVK}}{2M} ((E'_N + E_N)(E'_K + E_K) + p'^2 + 2p' p \cos \vartheta + p^2)]$$

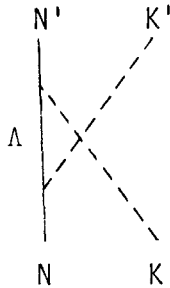
$$A_{\text{V NK}}^2(\vec{p}', \vec{p}) = - \frac{p' p}{\sqrt{(E_N' + M_N')(E_N + M_N)E_N'E_K'E_N E_K}} \frac{Pr_V}{16 E_V (2\pi)^3}$$

$$[G_{\text{NVN}} g_{\text{KV K}} (M_N' + M_N + E_N' + E_K' + E_N + E_K)$$

$$+ \frac{f_{\text{NVN}} g_{\text{KV K}}}{2M} ((E_N' + E_N)(E_K' + E_K) + p'^2 + 2p' p \cos \vartheta + p^2)]$$

$$p_0 = 1,2 \text{ GeV}$$

Λ -Baryon-Austausch:



$$\langle \lambda_N' | V_{\Lambda}(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \{ A_{\Lambda \text{ NK}}^1(\vec{p}', \vec{p}) + 4 \lambda_N' \lambda_N A_{\Lambda \text{ NK}}^2(\vec{p}', \vec{p}) \} \langle \lambda_N' | \lambda_N \rangle$$

$$\text{mit } A_{\Lambda \text{ NK}}^1(\vec{p}', \vec{p}) = \sqrt{\frac{(E_N' + M_N')(E_N + M_N)}{E_N'E_K'E_N E_K}} \frac{Pr_{\Lambda}}{8 E_{\Lambda} (2\pi)^3}$$

$$g_{\Lambda \text{ NK}}^2 (E_{\Lambda} - E_N' - E_N + M_N' + M_N - M_{\Lambda})$$

$$A_{\Lambda \text{ NK}}^2(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{p' p}{\sqrt{(E_N' + M_N')(E_N + M_N)E_N'E_K'E_N E_K}} \frac{Pr_{\Lambda}}{8 E_{\Lambda} (2\pi)^3}$$

$$g_{\Lambda \text{ NK}}^2 (E_{\Lambda} - E_N' - E_N - M_N' - M_N + M_{\Lambda})$$

$$p_0 = 1,15 \text{ GeV}$$

2.3 Transformation in die JLS-Basis

Die Transformation des Übergangsmatrixelements $\langle \lambda'_N | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle$ in die JLS-Basis erfolgt in zwei Schritten. Als erstes wird eine Partialwellenentwicklung in der Helizitätsbasis ausgeführt:

$$\langle \lambda'_N | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle \longrightarrow \langle \lambda'_N | V^J(p', p) | \lambda_N \rangle$$

und danach die Transformation der Helizitätsbasis in die JLS-Basis bestimmt:

$$| \lambda_N \rangle \longrightarrow | \text{JLS} \rangle$$

Die Partialwellenentwicklung in der Helizitätsbasis (Erk74) ist gegeben durch

$$\langle \lambda' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{J'} (2J'+1) d_{\lambda\lambda'}^{J'}(\vartheta) \langle \lambda' | V^{J'}(p', p) | \lambda \rangle$$

wobei mit $d_{\lambda\lambda'}^{J'}(\vartheta)$ die reduzierten Drehmatrizen (Joa75) bezeichnet sind. Wählt man das Koordinatensystem so, daß gilt

$$\vec{p} = p \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{p}' = p' \begin{pmatrix} \sin \vartheta \\ 0 \\ \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

ergibt sich mit der Orthogonalitätsrelation der Drehmatrizen

$$\int d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta) d_{\lambda\lambda'}^{J'}(\vartheta) d(\cos \vartheta) = \frac{2}{2J+1} \delta_{JJ'}$$

die Umkehrung der oberen Gleichung.

$$\langle \lambda' | V^J(p', p) | \lambda \rangle = 2\pi \int d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta) \langle \lambda' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda \rangle d(\cos \vartheta)$$

Die für die Kaon-Nukleon Wechselwirkung benötigten Drehmatrizen lauten

$$\begin{aligned}
 d_{1/2 \ 1/2}^J(\vartheta) &= d_{-1/2 \ -1/2}^J(\vartheta) \\
 &= \cos \vartheta/2 \frac{1}{J+1/2} \left\{ \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} - \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\} \\
 d_{-1/2 \ 1/2}^J(\vartheta) &= -d_{1/2 \ -1/2}^J(\vartheta) \\
 &= \sin \vartheta/2 \frac{1}{J+1/2} \left\{ \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} + \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\}
 \end{aligned}$$

wobei mit $P_{J+1/2}(\cos \vartheta)$ und $P_{J-1/2}(\cos \vartheta)$ die Legendre-Polynome bezeichnet sind.

Der Übergang von der Helizitätsbasis in die JLS-Basis (Chu71, Wer66) ist gegeben durch

$$|JLS\rangle = \sum_{\lambda} \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \langle LS\lambda | J\lambda \rangle |\lambda\rangle$$

der für die Kaon-Nukleon Wechselwirkung benötigte Clebsch-Gordon-Koeffizient ist

$$\langle LS \ \lambda = \pm 1/2 | J \ \lambda = \pm 1/2 \rangle = \begin{cases} \mp \sqrt{\frac{L}{2L+1}} & \text{für } L = J+1/2 \\ \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} & \text{für } L = J-1/2 \end{cases}$$

Setzt man den Clebsch-Gordon-Koeffizienten ein, erhält man nach wenigen Umformungen die Beziehung

$$|J \ L = J \pm 1/2 \ S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\lambda = -1/2\rangle \mp |\lambda = 1/2\rangle \}$$

Mit beiden Transformationen erhält man für die Übergangsmatrixelemente

$$\begin{aligned}
 & \langle J \ L=J\pm 1/2 \ S \mid V^J(p', p) \mid J \ L=J\pm 1/2 \ S \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \{ \langle \lambda'_N = -1/2 \mid V^J(p', p) \mid \lambda_N = -1/2 \rangle \pm \langle \lambda'_N = -1/2 \mid V^J(p', p) \mid \lambda_N = 1/2 \rangle \\
 &\quad \mp \langle \lambda'_N = 1/2 \mid V^J(p', p) \mid \lambda_N = -1/2 \rangle - \langle \lambda'_N = 1/2 \mid V^J(p', p) \mid \lambda_N = 1/2 \rangle \} \\
 &\langle J \ L=J\pm 1/2 \ S \mid V^J(p', p) \mid J \ L=J\mp 1/2 \ S \rangle = 0
 \end{aligned}$$

Wie in Kapitel 2.1 gezeigt wurde, haben die Übergangsmatrixelemente in der Helizitätsbasis die Struktur

$$\langle \lambda'_N \mid V(\vec{p}', \vec{p}) \mid \lambda_N \rangle = \{ A^1(\vec{p}', \vec{p}) + 4\lambda'_N \lambda_N A^2(\vec{p}', \vec{p}) \} \langle \lambda'_N \mid \lambda_N \rangle$$

Mit der in Anhang A angegebenen Gleichung für $\langle \lambda'_N \mid \lambda_N \rangle$ ergeben sich zwei linear unabhängige Matrixelemente:

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda'_N = 1/2 \mid V(\vec{p}', \vec{p}) \mid \lambda_N = 1/2 \rangle &= \langle \lambda'_N = -1/2 \mid V(\vec{p}', \vec{p}) \mid \lambda_N = -1/2 \rangle \\
 &= \{ A^1(\vec{p}', \vec{p}) + A^2(\vec{p}', \vec{p}) \} \cos \vartheta/2 \\
 \langle \lambda'_N = 1/2 \mid V(\vec{p}', \vec{p}) \mid \lambda_N = -1/2 \rangle &= -\langle \lambda'_N = -1/2 \mid V(\vec{p}', \vec{p}) \mid \lambda_N = 1/2 \rangle \\
 &= \{ A^1(\vec{p}', \vec{p}) - A^2(\vec{p}', \vec{p}) \} \sin \vartheta/2
 \end{aligned}$$

Benutzt man noch die Relationen

$$(1 \pm \cos \vartheta) \left\{ \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \mp \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\}$$

$$= (J+1/2) \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) \pm P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \}$$

die leicht aus den Rekursionsformeln der Legendre-Polynome herzuleiten sind, ergibt sich für das von Null verschiedene Übergangsmatrixelement in der JLS-Basis

$$\langle J \ L=J \pm 1/2 \ S \mid V^J(p', p) \mid J \ L=J \pm 1/2 \ S \rangle$$

$$= \pi \int \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) + P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} \{ A^1(\vec{p}', \vec{p}) + A^2(\vec{p}', \vec{p}) \} d(\cos \vartheta)$$

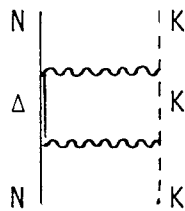
$$\mp \pi \int \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) - P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} \{ A^1(\vec{p}', \vec{p}) - A^2(\vec{p}', \vec{p}) \} d(\cos \vartheta)$$

Die Integration über $\cos \vartheta$ wird numerisch durchgeführt.

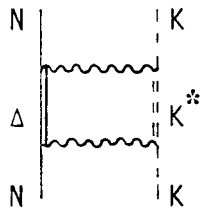
3. Das Zwei-Boson-Austauschpotential (Box-Potential)

3.1 Mögliche Austauschpotentiale

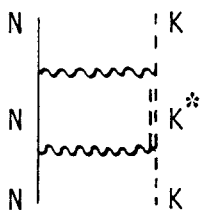
Berücksichtigt man auch Zwei-Boson-Austauschpotentiale mit angeregten Zwi-
schenzuständen, sind auch folgende Box-Potentiale möglich:



$$J^P = 1^-, \dots \quad I=1$$



$$J^P = 0^-, 1^-, \dots \quad I=1$$

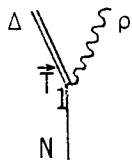


$$J^P = 0^-, 1^-, \dots \quad I=0, 1$$

Neben den Graphen sind die für die Austauschmesonen nötigen Quantenzahlen (Spin, Raumparität und Isospin) angegeben. Im Rahmen dieser Arbeit beschränken wir uns auf die Diskussion des ersten Box-Potentials, in dem der Austausch eines ρ -Mesons ($J^P = 1^-$; $I=1$) möglich ist.

3.2 Definition

Für die Berechnung des Box-Diagramms wird zusätzlich die Lagrange-Dichte $\mathcal{L}_{\Delta\rho N}$ (Hol81) benötigt



$$\mathcal{L}_{\Delta\rho N} = \frac{g_{\Delta\rho N}}{M_\rho} \{ \partial^\mu (\Phi_\rho(x))^\nu - \partial^\nu (\Phi_\rho(x))^\mu \} (\bar{\Psi}_\Delta(x))^\nu i \gamma^5 \gamma^\mu \hat{T}_1 \Psi_N(x)$$

mit M_ρ : Rhomasse

\hat{T}_1 : Transformationsmatrix des Isospins

Der auslaufende Feldoperator der Δ -Resonanz ist definiert durch

$$(\bar{\Psi}_\Delta(x))^\nu = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3}} \sum_{t'_\Delta} \int d^3p'_\Delta a^\dagger(p'_\Delta; \lambda'_\Delta, t'_\Delta) (\bar{u}(p'_\Delta; \lambda'_\Delta))^\nu \exp(ip'_\Delta x) x^\dagger(t'_\Delta)$$

$$(\bar{u}(p'_\Delta; \lambda'_\Delta))^\nu = \sum_{\substack{\lambda'_1, \lambda'_2 \\ \lambda'_1 + \lambda'_2 = \lambda'_\Delta}} < \frac{3}{2} \lambda'_\Delta \mid 1 \lambda'_1 \frac{1}{2} \lambda'_2 > \bar{u}(p'_\Delta; \lambda'_2) \bar{\epsilon}^\nu(p'_\Delta)$$

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, ergibt sich die folgende Struktur der Vertexfunktion

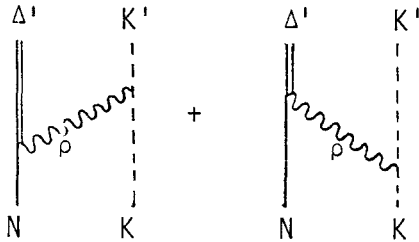
$$\mathcal{V}_{\Delta\rho N} = -\delta(\vec{p}'_\Delta - \vec{p}_N + \vec{q}_\rho) \frac{2g_{\Delta\rho N}}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_\rho} M_\rho}$$

$$\sum_{\substack{\lambda'_1, \lambda'_2 \\ \lambda'_1 + \lambda'_2 = \lambda'_\Delta}} < \frac{3}{2} \lambda'_\Delta \mid 1 \lambda'_1 \frac{1}{2} \lambda'_2 > \bar{u}(p'_\Delta; \lambda'_2) \bar{\epsilon}^\nu(p'_\Delta)$$

$$\gamma^5 \gamma^\mu u(p_N; \lambda_N) (q_\rho)^\nu \epsilon^\mu(q_\rho)$$

Benutzt man noch einmal die Vertexfunktion $\mathcal{V}_{K\rho K}$, erhält man das Transition-Potential $\langle \lambda'_\Delta | V_\rho(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle$, aus dem sich das Box-Potential zusammensetzen läßt.

Transition-Potential:



$$\langle \lambda'_\Delta | V_\rho(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = A_{\rho\Delta K}(\vec{p}', \vec{p}) \sum_{\substack{\lambda'_1, \lambda'_2 \\ \lambda'_1 + \lambda'_2 = \lambda'_\Delta}} \langle \frac{3}{2} \lambda'_\Delta | 1 \lambda'_1 \frac{1}{2} \lambda'_2 \rangle$$

$$\begin{aligned} & \left[\left\{ \frac{2\lambda'_2 p'}{E'_\Delta + M'_\Delta} + \frac{2\lambda_N p}{E_N + M_N} \right\} (E'_\Delta + E'_K + E_N + E_K) \right. \\ & + \left. \left\{ \frac{2\lambda'_2 p'}{E'_\Delta + M'_\Delta} - \frac{2\lambda_N p}{E_N + M_N} \right\} (M'_\Delta + M_N) \right] \langle \lambda'_2 | \lambda_N \rangle \\ & \left(\begin{array}{ll} -\frac{p}{\sqrt{2}} \sin & \text{für } \langle \lambda'_1 = 1 | \\ \frac{1}{M'_\Delta} (p' E_N - p E'_\Delta \cos) & \text{für } \langle \lambda'_1 = 0 | \\ \frac{p}{\sqrt{2}} \sin & \text{für } \langle \lambda'_1 = -1 | \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\text{mit } A_{\rho\Delta K}(\vec{p}', \vec{p}) = \sqrt{\frac{(E'_\Delta + M'_\Delta)(E_N + M_N)}{E'_\Delta E'_K E_N E_K}} \frac{g_{\Delta\rho N} g_{K\rho K}}{8 M_\rho E_\rho \sqrt{2\pi^3}} Pr_\rho$$

$$Pr_\rho = \frac{1}{z - E'_\Delta - E_\rho - E_K} + \frac{1}{z - E_N - E_\rho - E'_K}$$

Die Polstelle des Transition-Potentials liegt, vergleichsweise mit der Polstelle des ρ -Potentials aus Kapitel 2.2, wegen der höheren Masse der Δ -Resonanz bei höheren Startenergien.

3.3 Transformation in die JLS-Basis

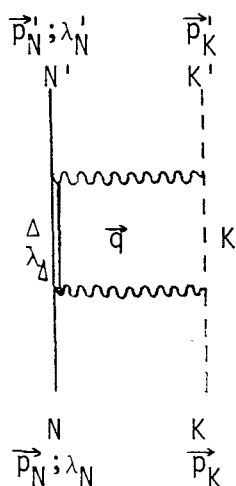
Wie in Kapitel 2.2 hergeleitet, gilt für das Übergangsmatrixelement in der JLS-Basis

$$\begin{aligned}
 & \langle J \ L=J\pm 1/2 \ S | V^J(p', p) | J \ L=J\pm 1/2 \ S \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \{ \langle \lambda'_N = -1/2 | V^J(p', p) | \lambda_N = -1/2 \rangle \pm \langle \lambda'_N = -1/2 | V^J(p', p) | \lambda_N = 1/2 \rangle \\
 &\quad \mp \langle \lambda'_N = 1/2 | V^J(p', p) | \lambda_N = -1/2 \rangle - \langle \lambda'_N = 1/2 | V^J(p', p) | \lambda_N = 1/2 \rangle \} \\
 & \langle J \ L=J\pm 1/2 \ S | V^J(p', p) | J \ L=J\mp 1/2 \ S \rangle = 0
 \end{aligned}$$

Die Matrixelemente $\langle \lambda'_N | V^J(p', p) | \lambda_N \rangle$ des Box-Potentials setzen sich aus den Übergangsmatrixelementen der einzelnen Transition-Potentiale $\langle \lambda_\Delta | V^J_\rho(q, p) | \lambda_N \rangle$ und $\langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', q) | \lambda_\Delta \rangle$ zusammen.

$$\langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', p) | \lambda_N \rangle = - \sum_{\lambda_\Delta} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', q) | \lambda_\Delta \rangle \langle \lambda_\Delta | V^J_\rho(q, p) | \lambda_N \rangle}{E(q) - z} q^2 dq$$

Die in der Gleichung verwendete Notation folgt aus dem nachstehenden Graphen



$$E(q) = E_\Delta(q) + E_K(q)$$

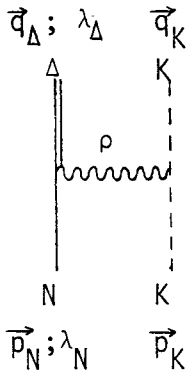
$$z = E_N(p) + E_K(p)$$

Das Integral besitzt bei $z = E(q_0)$ eine Polstelle, über die nicht hinweg integriert werden darf. Die zur Lösung des Integrals benutzte Regularisierung ist in Anhang D angegeben.

Zur Bestimmung des Übergangsmatrixelements $\langle \lambda'_N | V_\rho^J(p', p) | \lambda_\Delta \rangle$ des oberen Transition-Potentials kann folgende Invarianzeigenschaft benutzt werden:

$$\langle \lambda'_N | V_\rho^J(p', p) | \lambda_\Delta \rangle = \langle \lambda_\Delta | V_\rho^J(p, p') | \lambda'_N \rangle$$

Für das Transition-Potential



ergeben sich die 4 linear unabhängigen Matrixelemente

$$\langle \lambda_\Delta = \frac{3}{2} | V_\rho(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle = \langle \lambda_\Delta = -\frac{3}{2} | V_\rho(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle$$

$$= \frac{p}{\pi} A_{\rho\Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) \sin\vartheta \cos \frac{\vartheta}{2}$$

$$\langle \lambda_\Delta = \frac{1}{2} | V_\rho(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle = - \langle \lambda_\Delta = -\frac{1}{2} | V_\rho(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle$$

$$= \frac{p}{\pi\sqrt{3}} A_{\rho\Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) \sin\vartheta \sin \frac{\vartheta}{2}$$

$$- \frac{2}{\pi\sqrt{3} M_\Delta} A_{\rho\Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) \{qE_N(p) - pE_\Delta(q) \cos\vartheta\} \cos \frac{\vartheta}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_{\Delta} = \frac{1}{2} | V_{\rho}(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle &= \langle \lambda_{\Delta} = -\frac{1}{2} | V_{\rho}(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle \\
 &= -\frac{p}{\pi\sqrt{3}} A_{\rho\Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) \sin\vartheta \cos\frac{\vartheta}{2} \\
 &\quad + \frac{2}{\pi\sqrt{3}M_{\Delta}} A_{\rho\Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) \{qE_N(p) - pE_{\Delta}(q)\cos\vartheta\} \sin\frac{\vartheta}{2} \\
 \langle \lambda_{\Delta} = \frac{3}{2} | V_{\rho}(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle &= -\langle \lambda_{\Delta} = \frac{3}{2} | V_{\rho}(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle \\
 &= \frac{p}{\pi} A_{\rho\Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) \sin\vartheta \sin\frac{\vartheta}{2}
 \end{aligned}$$

mit den neu eingeführten Abkürzungen

$$\begin{aligned}
 A_{\rho\Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \left\{ \left(\frac{p}{E_N(p) + M_N} - \frac{q}{E_{\Delta}(q) + M_{\Delta}} \right) (M_N + M_{\Delta}) \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{p}{E_N(p) + M_N} + \frac{q}{E_{\Delta}(q) + M_{\Delta}} \right) (E_{\Delta}(q) + E_K(q) + E_N(p) + E_K(p)) \right\} A_{\rho\Delta K}(\vec{q}, \vec{p}) \\
 A_{\rho\Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \left\{ \left(\frac{p}{E_N(p) + M_N} + \frac{q}{E_{\Delta}(q) + M_{\Delta}} \right) (M_N + M_{\Delta}) \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{p}{E_N(p) + M_N} - \frac{q}{E_{\Delta}(q) + M_{\Delta}} \right) (E_{\Delta}(q) + E_K(q) + E_N(p) + E_K(p)) \right\} A_{\rho\Delta K}(\vec{q}, \vec{p})
 \end{aligned}$$

Mit der in Kapitel 2.2 hergeleiteten Gleichung

$$\langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N \rangle = 2\pi \int d\lambda_N^J \lambda_{\Delta}^J(\vartheta) \langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}(\vec{q}, \vec{p}) | \lambda_N \rangle$$

den Beziehungen

$$\begin{aligned}
 & \sin^2 \vartheta \left\{ \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \mp \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\} \\
 &= (J + \frac{1}{2}) (1 \pm \cos \vartheta) \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) \pm P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} \\
 & \sin^2 \vartheta \left\{ \mp F(J) \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} + \frac{1}{F(J)} \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\} \\
 &= (J + \frac{1}{2}) \left\{ \mp F(J) P_{J-1/2}(\cos \vartheta) - \frac{1}{F(J)} P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \right\} \\
 &+ (J + \frac{1}{2}) \cos \vartheta \left\{ \frac{1}{F(J)} P_{J-1/2}(\cos \vartheta) \pm F(J) P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \right\} \\
 & F(J) = \sqrt{\frac{J-1/2}{J+3/2}}
 \end{aligned}$$

und den reduzierten Drehmatrizen (Joa75)

$$\begin{aligned}
 d_{1/2 \ 3/2}^J(\vartheta) &= -d_{-1/2 \ -3/2}^J(\vartheta) \\
 &= \frac{1}{(J+1/2)} \sin \frac{\vartheta}{2} \left\{ F(J) \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} + \frac{1}{F(J)} \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\} \\
 d_{-1/2 \ 3/2}^J(\vartheta) &= d_{1/2 \ -3/2}^J(\vartheta) \\
 &= \frac{1}{(J+1/2)} \cos \frac{\vartheta}{2} \left\{ -F(J) \frac{dP_{J+1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} + \frac{1}{F(J)} \frac{dP_{J-1/2}(\cos \vartheta)}{d(\cos \vartheta)} \right\}
 \end{aligned}$$

ergeben sich die Übergangsmatrixelemente $\langle \lambda_A | V_\rho^J(q, p) | \lambda_N \rangle$ in der JLS-Basis

für $J > \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_{\Delta} = \frac{1}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle &= - \langle \lambda_{\Delta} = -\frac{1}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle \\
 &= - \int (1 - \cos \vartheta) \frac{p}{\sqrt{3}} A_{\rho \Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) + P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} d(\cos \vartheta) \\
 &\quad - \int \frac{2}{\sqrt{3} M_{\Delta}} (q E_K(p) - p E_{\Delta}(q) \cos \vartheta) A_{\rho \Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) \\
 &\quad \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) + P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} d(\cos \vartheta)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_{\Delta} = \frac{1}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle &= - \langle \lambda_{\Delta} = -\frac{1}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle \\
 &= - \int (1 + \cos \vartheta) \frac{p}{\sqrt{3}} A_{\rho \Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) - P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} d(\cos \vartheta) \\
 &\quad + \int \frac{2}{\sqrt{3} M_{\Delta}} (q E_N(p) - p E_{\Delta}(q) \cos \vartheta) A_{\rho \Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) \\
 &\quad \{ P_{J-1/2}(\cos \vartheta) - P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} d(\cos \vartheta)
 \end{aligned}$$

für $J > \frac{3}{2}$:

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_{\Delta} = \frac{3}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle &= \langle \lambda_{\Delta} = -\frac{3}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle \\
 &= \int p A_{\rho \Delta K}^{-+}(\vec{q}, \vec{p}) \left[\{ F(J) P_{J-1/2}(\cos \vartheta) - \frac{1}{F(J)} P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} \right. \\
 &\quad \left. + \cos \vartheta \{ \frac{1}{F(J)} P_{J-1/2}(\cos \vartheta) - F(J) P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} \right] d(\cos \vartheta)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_{\Delta} = -\frac{3}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = \frac{1}{2} \rangle &= -\langle \lambda_{\Delta} = \frac{3}{2} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N = -\frac{1}{2} \rangle \\
 &= - \int p A_{\rho \Delta K}^{+-}(\vec{q}, \vec{p}) \left[\{ F(J) P_{J-1/2}(\cos \vartheta) + \frac{1}{F(J)} P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \} \right. \\
 &\quad \left. - \cos \vartheta \left\{ \frac{1}{F(J)} P_{J-1/2}(\cos \vartheta) + F(J) P_{J+1/2}(\cos \vartheta) \right\} \right] d(\cos \vartheta)
 \end{aligned}$$

4. Formfaktor und Isospin

Da die Feldoperatoren in den Lagrange-Dichten punktförmige Teilchen beschreiben, deren Struktur nur durch Masse, Spin und Isospin bestimmt ist, divergiert die Integralgleichung der R-Matrix. Die Divergenz kann durch eine zusätzliche Struktur (einen Formfaktor) der Teilchen behoben werden. Wir haben uns für einen Monopol-Formfaktor entschieden, der pro Vertex an das Potential multipliziert wird.

$$F(\cos\vartheta) = \frac{M_{\text{cut}}^2 - M_{\text{ex}}^2}{(\vec{p} - \vec{p}')^2 + M_{\text{cut}}^2}$$

M_{cut} : cut-off-Masse

M_{ex} : Masse des Austauschteilchens

An den Übergangsmatrixelementen ist also folgende Substitution durchzuführen:

$$\langle \lambda' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda \rangle \rightarrow F(\cos\vartheta) \langle \lambda' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda \rangle$$

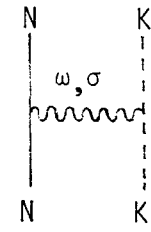
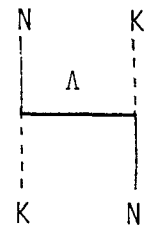
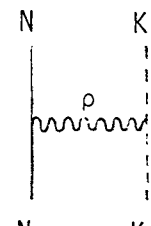
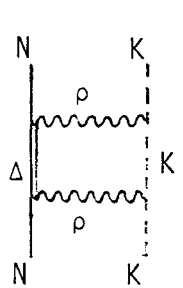
Der in den Vertex-Funktionen vernachlässigte Isospin ergibt Faktoren folgender Struktur:

$$\begin{aligned} & x^+(t_{N'}) x(t_N) x^+(t_{K'}) x(t_K) \\ & x^+(t_{N'}) \vec{\tau}_1 x(t_N) x^+(t_{K'}) \vec{\tau}_2 x(t_K) \\ & x^+(t_{\Delta'}) \vec{\tau}_1 x(t_N) x^+(t_{K'}) \vec{\tau}_2 x(t_K) \end{aligned}$$

wobei $\vec{\tau}$ und \vec{T} Transformationsmatrizen des Isospins sind. Je nach Isospin im Eingangskanal $t_N + t_K$ müssen die Übergangsmatrixelemente $\langle \text{JLST} | V^{\text{JLST}}(p', p) | \text{JLST} \rangle$ mit folgenden Faktoren multipliziert werden:

$$t_N + t_K = 0$$

$$t_N + t_K = 1$$

		1	1
		-3	1
		0	8/3

Im folgenden sollen alle Übergangsmatrixelemente mit einem Formfaktor und Isospinfaktor versehen sein, ohne daß ausdrücklich mit $F(\cos\vartheta)$ und T darauf hingewiesen wird.

5. Lösung der R-Matrix-Gleichung

Die R-Matrix-Gleichung hat in der JLS-Basis die Form (Kot74)

$$\begin{aligned} \langle JLS | R^J(p', p | z) | JLS \rangle &= \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\ &- \mathbb{P} \int_0^\infty q^2 \frac{\langle JLS | V^J(p', q) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(q, p | z) | JLS \rangle}{E(q) - z} dq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad z &= E_N(p) + E_K(p) \\ E(q) &= E_N(q) + E_K(q) \end{aligned}$$

die eine Polstelle bei $z = E(q_0)$ besitzt. Um die Gleichung mit der Methode der Matrixinversion lösen zu können, muß die Gleichung regularisiert werden (Anhang D).

$$\begin{aligned} \langle JLS | R^J(p', p | z) | JLS \rangle &= \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\ &- \int_0^\infty \frac{1}{E(q) - z} \{ q^2 \langle JLS | V^J(p', q) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(q, p | z) | JLS \rangle \\ &- \frac{q p E_N(p) E_K(p)}{E_N(q) E_K(q)} \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(p, p | z) | JLS \rangle \} dq \\ &+ \frac{p E_N(p) E_K(p)}{z} \ln \left(\frac{z}{M_N + M_K} - 1 \right) \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\ &\langle JLS | R^J(p, p | z) | JLS \rangle \end{aligned}$$

Für die numerische Rechnung wird das Integral in eine Summe von 1 bis n verwandelt und nach $\langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle$ aufgelöst.

Sei

$$\begin{aligned}
 p', q &\in \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\} & p &= p_{n+1} \notin \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\} \\
 dq &\in \{\delta p_1, \delta p_2, \delta p_3, \dots, \delta p_n\} \\
 E(q) &\in \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n\} & z &= E_{n+1} \notin \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n\} \\
 E_N(q) &\in \{E_{N1}, E_{N2}, E_{N3}, \dots, E_{Nn}\} & E_N(p) &= E_{Nn+1} \\
 E_K(q) &\in \{E_{K1}, E_{K2}, E_{K3}, \dots, E_{Kn}\} & E_K(p) &= E_{Kn+1}
 \end{aligned}$$

$$\langle JLS | V^J(p_i, p_{n+1}) | JLS \rangle = \sum_{j=1}^{n+1} \{ \delta_{ij} + F(p_j, p_{n+1}) \langle JLS | V^J(p_i, p_j) | JLS \rangle \}$$

$$\langle JLS | R^J(p_j, p_{n+1} | E_{n+1}) | JLS \rangle$$

$$\text{mit } F(p_j, p_{n+1}) = \begin{cases} \frac{p_j^2 \delta p_j}{E_j - E_{n+1}} & \text{für } j \leq n \\ - \frac{p_{n+1} E_{Kn+1} E_{Nn+1}}{E_{n+1}} \ln \left(\frac{E_{n+1}}{E_N + E_K} - 1 \right) - \sum_{\ell=1}^n \frac{p_{\ell} p_{n+1} E_{Nn+1} E_{Kn+1} \delta p_{\ell}}{E_{N\ell} E_{K\ell} (E_{\ell} - E_{n+1})} & \text{für } j = n+1 \end{cases}$$

Die so umgeformte Gleichung läßt sich leicht invertieren, so daß man für die R-Matrix das Ergebnis erhält

$$\langle JLS | R^J(p_i, p_{n+1} | E_{n+1}) | JLS \rangle = \sum_{j=1}^{n+1} \{ \delta_{ij} + F(p_j, p_{n+1}) \langle JLS | V^J(p_i, p_j) | JLS \rangle \}^{-1}$$

$$\langle JLS | V^J(p_j, p_{n+1}) | JLS \rangle$$

Man erhält somit die on- und off-shell-Werte der R-Matrix zur Startenergie E_{n+1} .

Die physikalische Streulösung ist der on-shell-Wert $\langle JLS | R^J(p_{n+1}, p_{n+1} | E_{n+1}) | JLS \rangle$.

Um die Streuphase $\delta^J(E_{n+1})$ zu erhalten, muß der on-shell-Wert der R-Matrix mit einem kinematischen Faktor multipliziert werden.

$$\delta^J(E_{n+1}) = \arctan \left\{ - \pi \frac{p_{n+1} E_{Nn+1} E_{Kn+1}}{E_{n+1}} \langle JLS | R^J(p_{n+1}, p_{n+1} | E_{n+1}) | JLS \rangle \right\}$$

6. Resultate

Bevor die Ergebnisse der numerischen Rechnung wiedergegeben werden, ist es notwendig, sich einen Überblick über die Situation in der experimentellen Kaon-Nukleon-Streuung zu verschaffen. Die bereits in der Einleitung aufgeführte Arbeit von Davis, Cottingham und Alcock (DCA76) benutzt zum Vergleich ihrer numerischen Rechnung Streuphasendaten von verschiedenen Gruppen. Aufgrund der schwierigen experimentellen Gegebenheiten weisen einige dieser experimentell bestimmten Phasen ein unterschiedliches Verhalten auf, so daß besonders bei hohen Startenergien keine eindeutige Festlegung der Kaon-Nukleon-Streuphasen möglich ist. In Anbetracht der Tatsache, daß sich die experimentelle Situation in den letzten 10 Jahren verbessert hat, benutzen wir zum Vergleich mit unserer numerischen Rechnung die Streuphasen von Hashimoto (Has84). Wir weisen jedoch darauf hin, daß auch diese Daten in einigen Phasen schwanken und mit großen Fehlerbalken versehen sind.

In den Figuren 1-7 sind die numerischen Streuphasen angegeben, die mit den Austauschpotentialen der Vektormesonen ω und ρ sowie des Λ -Baryons berechnet worden sind. Zum Vergleich sind die zur Berechnung der Streuphasen benutzten Potentiale mit einem relativistischen und einem nicht-relativistischen Propagator berechnet worden. Der zur Berechnung der Potentiale benutzte Parametersatz ist in den Tabellen 1 und 2 angegeben. Die Kopplungskonstanten liegen innerhalb der durch die SU(3)-Symmetrie bestimmten Fehlergrenzen (Pil73), die cut-off-Massen sind den experimentellen Daten angepaßt, ohne Anspruch auf einen endgültigen Fit erheben zu wollen.

Vergleicht man die numerischen Streuphasen der Arbeit DCA76 mit den von uns berechneten Ergebnissen, zeigen sich besonders große Unterschiede in der S_{01} -Phase. Da Davis, Cottingham und Alcock ihre Streuphasen mit Hilfe eines σ , ω ,

ρ und Λ Austausches bestimmen, ist ihre S-Phase, bedingt durch das stark attraktive σ -Potential, im Vergleich mit den experimentellen Daten zu attraktiv. Um die S_{01} -Phase besser beschreiben zu können, addieren sie einen willkürlichen hard-core zu den Potentialen, der allerdings die P_{01} -Phase verschlechtert. Wir beschränken uns bei unseren Rechnungen aus Gründen, die bereits in der Einleitung angegeben wurden, auf den Austausch von ω , ρ und Λ und sind damit in der Lage, alle Phasen bis auf die P_{13} -Phase recht gut zu beschreiben. In der P_{13} -Phase treten analoge Diskrepanzen wie in der Arbeit DCA76 auf, die wir allerdings weiter unten noch genauer diskutieren wollen.

In den Figuren 8-14 sind die Streuphasen der einzelnen Austauschbeiträge und des gesamten Austauschpotentials von ω , ρ und Λ angegeben. Offensichtlich liefert der Λ -Austausch kaum einen Beitrag zu den Streuphasen des gesamten Austauschpotentials. Der Grund ist die hohe Masse des Λ -Baryons, die zu einem Austauschpotential extrem kurzer Reichweite führt. Ganz wesentlich ist jedoch der Beitrag der Vektormesonen. So ermöglicht erst das repulsive ω -Austauschpotential die Beschreibung der S-Phase, indem es z.B. in der S_{01} -Phase dem attraktiven ρ -Austauschpotential entscheidend entgegenwirkt. Das ρ -Austauschpotential ermöglicht dafür die Beschreibung der stark attraktiven P_{01} -Phase, in der der ω -Austausch eine geringere Rolle spielt.

Im folgenden wird untersucht, ob das in Kapitel 3.2 berechnete Box-Diagramm eine Verbesserung (speziell der P_{13} -Phase) bewirkt. Es stellt sich heraus, daß tatsächlich die fehlende Attraktion in der P_{13} -Phase gut durch dieses Box-Diagramm beschrieben wird, ohne daß die anderen Phasen wesentlich verschlechtert werden (s. Fig. 15-21). Bemerkenswert ist, daß das ρ -Box-Potential in der S_{11} -Phase weniger attraktiv ist als in der P_{13} -Phase, was wir auf die in der S-Phase fehlende Spin-Bahn-Wechselwirkung zurückführen. Zum Vergleich mit der ρ -

Box haben wir auch den Einfluß des in DCA76 benutzten σ -Austauschpotentials untersucht. Dabei haben wir Kopplungskonstante und cut-off-Masse des skalaren σ -Mesons so gewählt, daß die P_{13} -Phase attraktiv, die S_{11} -Phase aber nicht zu attraktiv wird. Es ist deutlich zu sehen, daß dieses σ -Potential die S-Phasen sowie die P_{13} -Phase schlechter beschreibt als das Box-Potential. Extrem verschlechtert das attraktive σ -Potential die S_{01} -Phase, in der es am stärksten wirkt. Unterdrückt man das σ -Austauschpotential so stark, daß eine realistische Beschreibung der S-Phasen möglich ist, kann der Einfluß des σ -Mesons in allen anderen Phasen vernachlässigt werden.

Zusammenfassend läßt sich folgendes feststellen: Das Ein-Boson-Austauschpotential der Vektormesonen ω und ρ und des Λ -Baryons zusammen mit dem ρ -Box-Potential liefert eine gute Beschreibung der Kaon-Nukleon-Streudaten. Speziell die ρ -Box ermöglicht die Beschreibung der P_{13} -Phase, deren Attraktion bis jetzt nicht richtig beschrieben werden konnte. Aufgrund der guten Eigenschaften dieser Box sollten in einem nächsten Schritt in der Behandlung dieses Themas die in Kapitel 3.1 zusätzlich angegebenen Boxen untersucht werden. Unberücksichtigt darf sicher auch nicht der Beitrag der inelastischen Streuung bleiben, deren Einfluß bei hohen Startenergien recht beachtlich wird (Dov82). Des weiteren sollte auch die Frage nach der Rolle expliziter Quarkfreiheitsgrade im Kaon-Nukleon-System detailliert untersucht werden.

Tabelle 1: Teilchenparameter

Teilchen	J^P	I	M [MeV]
N	$1/2^+$	1/2	938,926
Δ	$3/2^+$	3/2	1236
K	0^-	1/2	495,82
σ	0^+	0	500
ω	1^-	0	782,6
ρ	1^-	1	769
Λ	$1/2^+$	0	1116

J^P : Spin^{Raumparität}

I: Isospin

M: Masse

Tabelle 2: Kopplungskonstanten und cut-off-Massen

Potential	Kopplungskonstante	cut-off-Masse [MeV]
σ	$\frac{g_{N\sigma N} g_{K\sigma K}}{4\pi} = 1$	1500
ω	$\frac{g_{N\omega N} g_{K\omega K}}{4\pi} = 1,62$	2000
ρ	$\frac{g_{N\rho N} g_{K\rho K}}{4\pi} = 0,54$	1750
	$\frac{f_{N\rho N} g_{K\rho K}}{4\pi} = 3,24$	
Λ	$\frac{g_{N\Lambda K}^2}{4\pi} = 17,31$	1500
ρ -Box	$\frac{g_{\Delta\rho N} g_{K\rho K}}{4\pi} = 3,09$	2100

Figurenverzeichnis

Fig. 1-7: Elastische Streuphasen (bestimmt aus den Austauschpotentialen der Teilchen ω , ρ und Λ) der Kaon-Nukleon-Wechselwirkung im Vergleich mit den empirischen Daten von Hashimoto (Has84). Bei der Bestimmung der Austauschpotentiale wurden verwendet

- nicht-relativistischer Propagator (statischer Grenzwert)
- relativistischer Propagator (zeitgeordnete Störungstheorie)

Fig. 8-14: Beitrag der einzelnen (relativistisch berechneten) Austauschpotentiale an den elastischen Streuphasen.

- Streuphase des ω -Mesons
- Streuphase des ρ -Mesons
- · - · - Streuphase des Λ -Baryons
- Streuphase des gesamten Austauschpotentials (bestehend aus ω, ρ und Λ)

Fig. 15-21: Vergleich der elastischen Streuphasen der ρ -Box und des σ -Austauschpotentials (Potentiale sind mit dem relativistischen Propagator berechnet).

- Streuphase des σ -, ω -, ρ -, und Λ -Austauschpotentials
- Streuphase der ρ -Box und des ω -, ρ - und Λ -Austauschpotentials
- Streuphase des ω -, ρ - und Λ -Austauschpotentials

Notation in den Diagrammen:

L_{I2J} : Bahndrehimpuls I spin 2 x Gesamtdrehimpuls

P_{lab} : Laborimpuls des einlaufenden Kaons

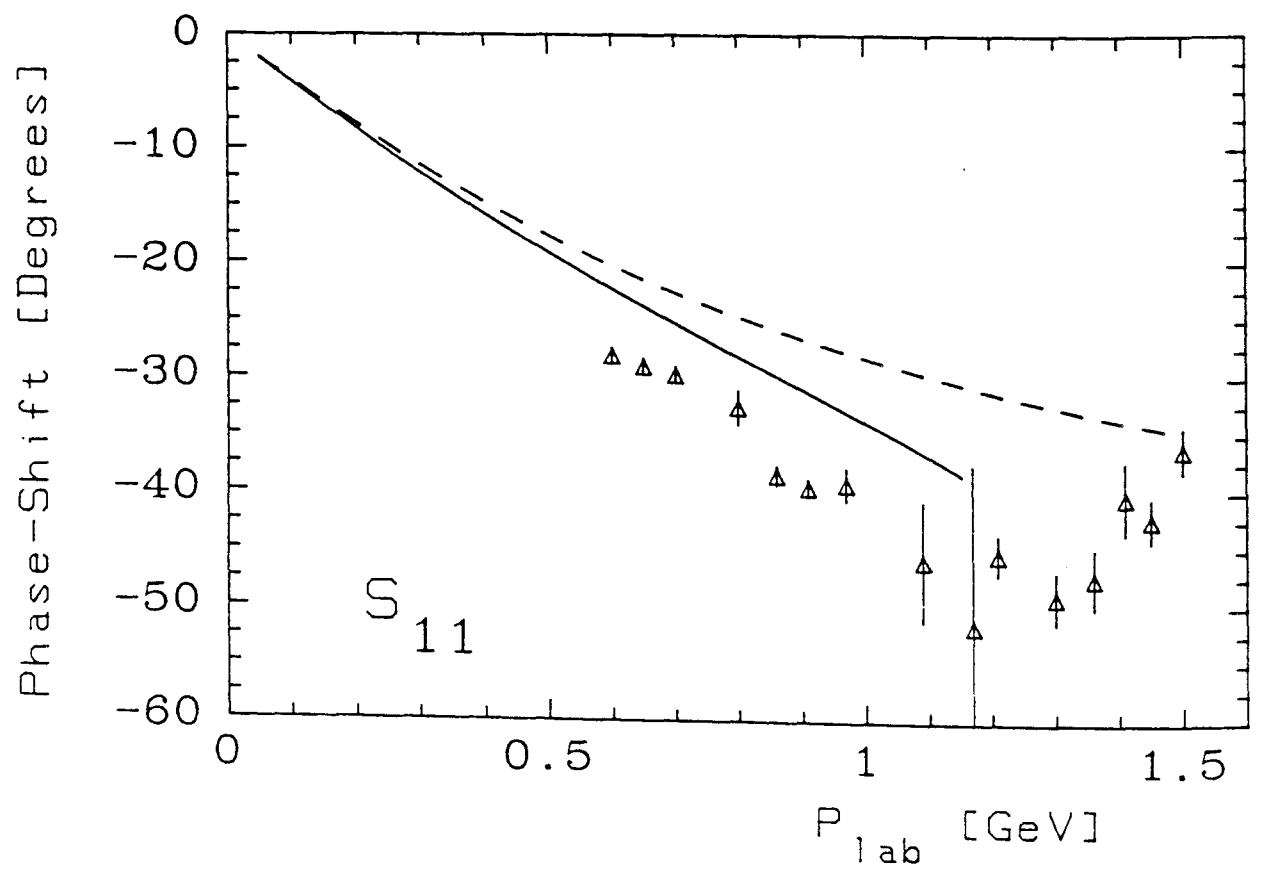
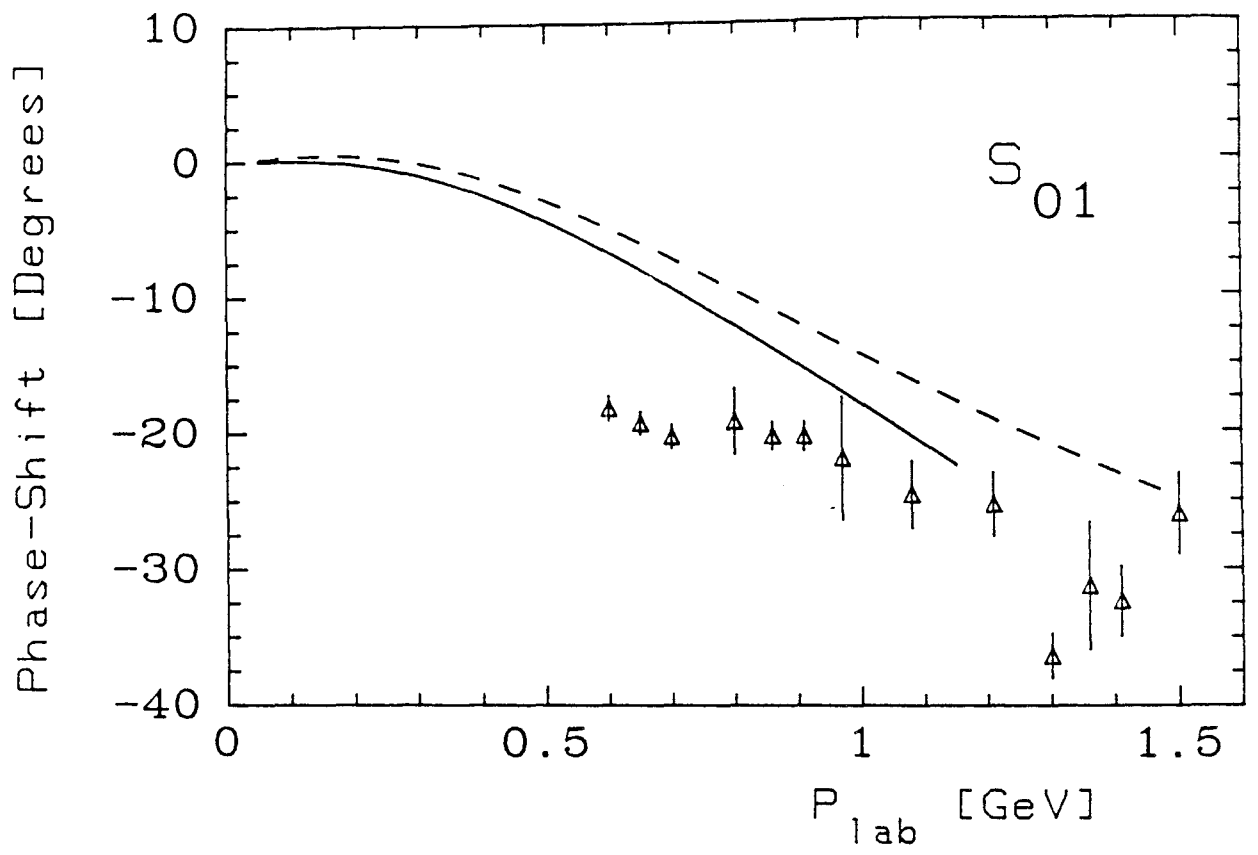


Fig. 1

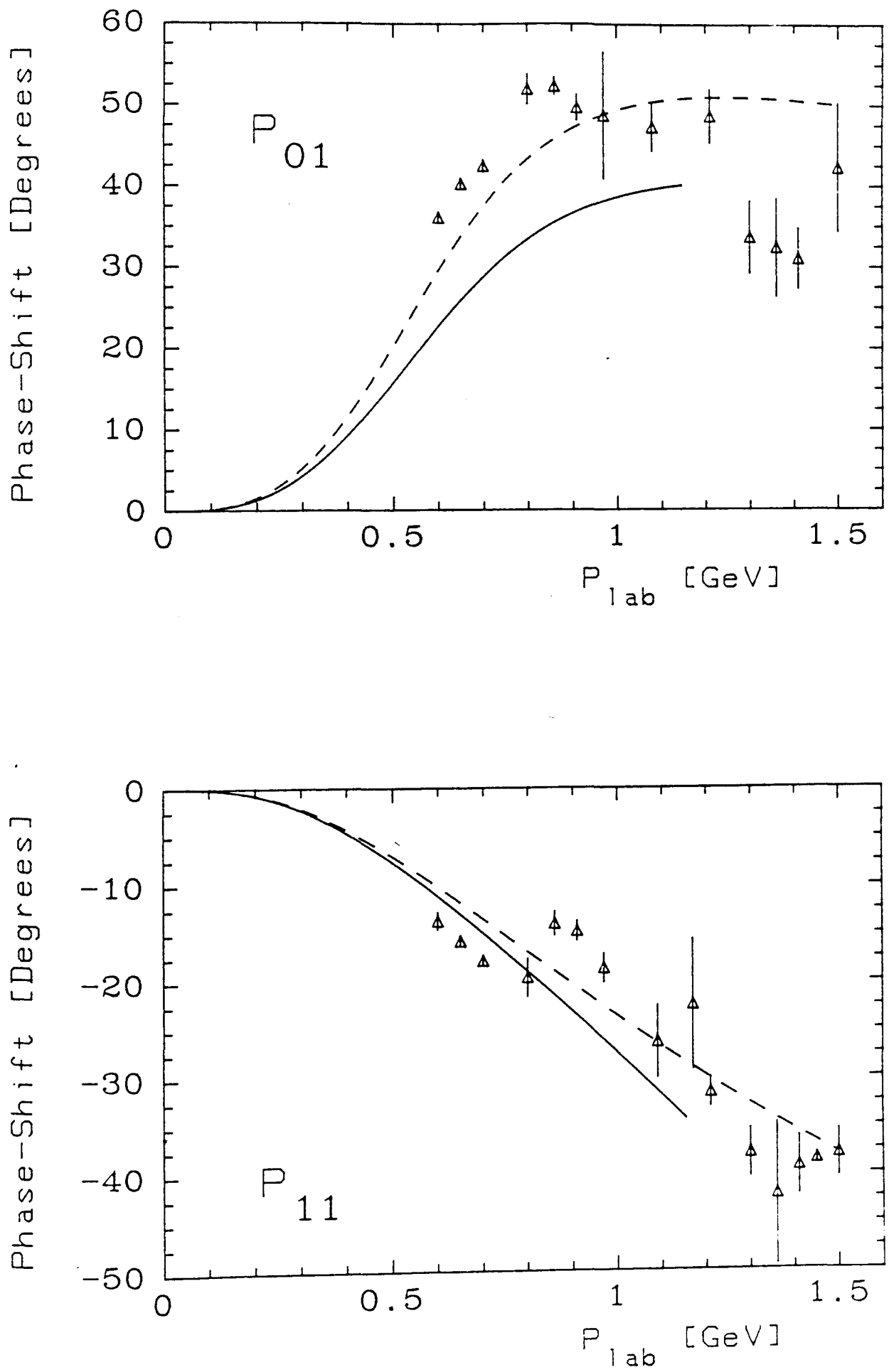


Fig. 2

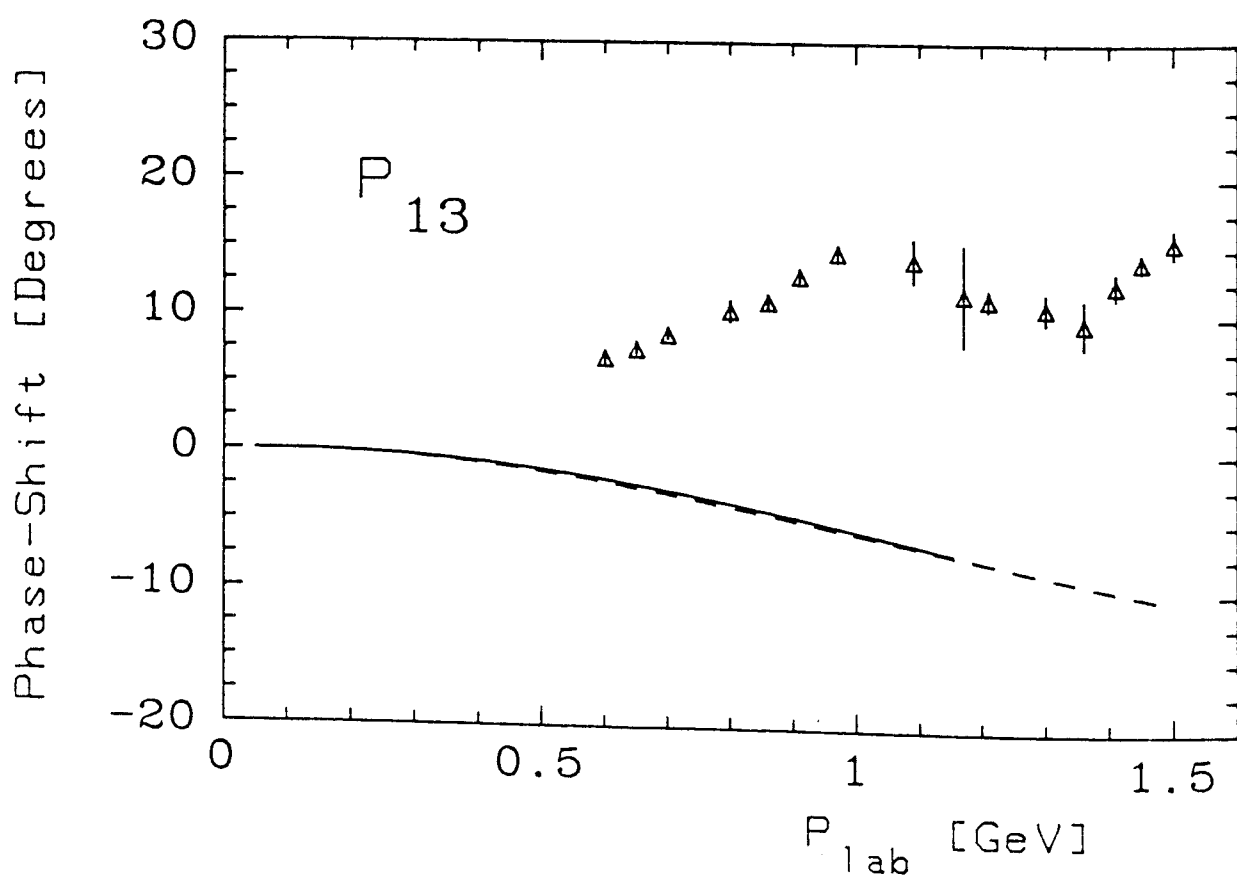
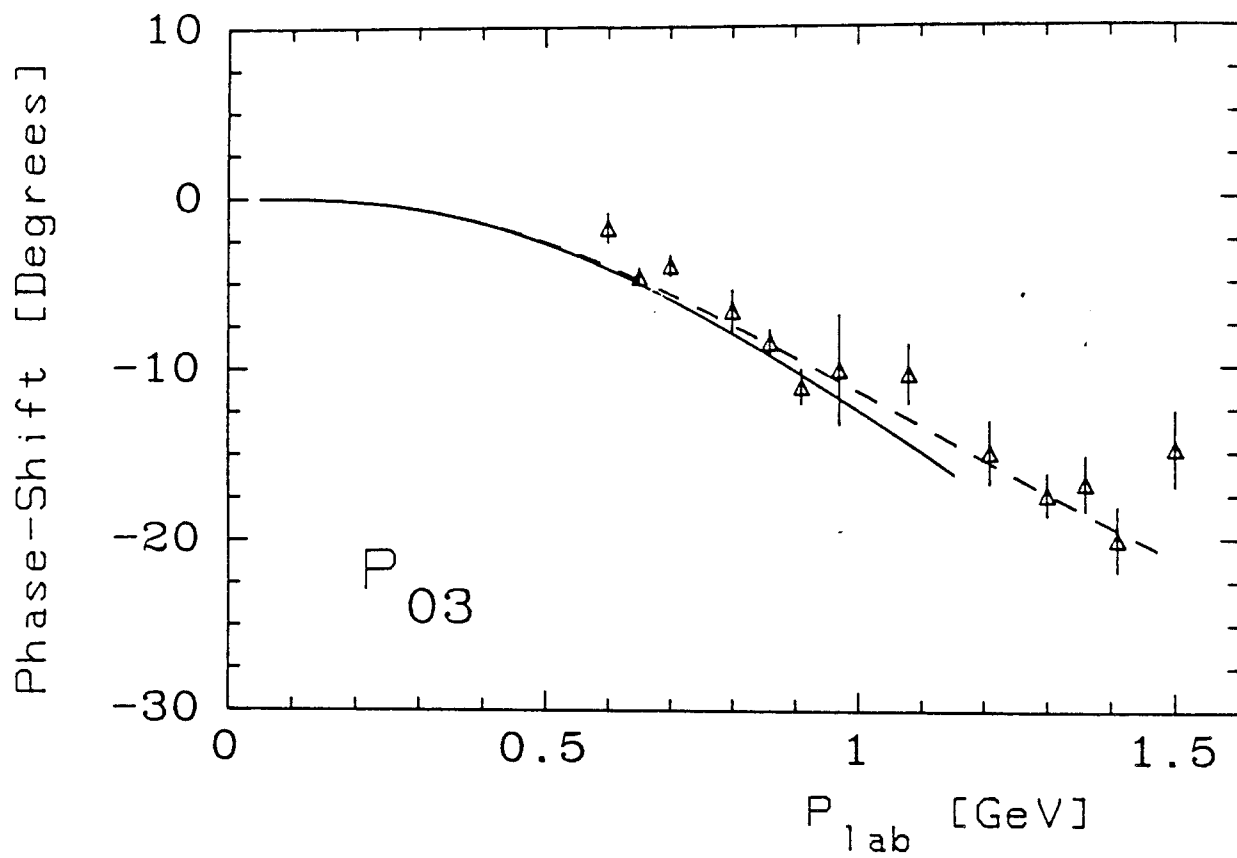


Fig. 3

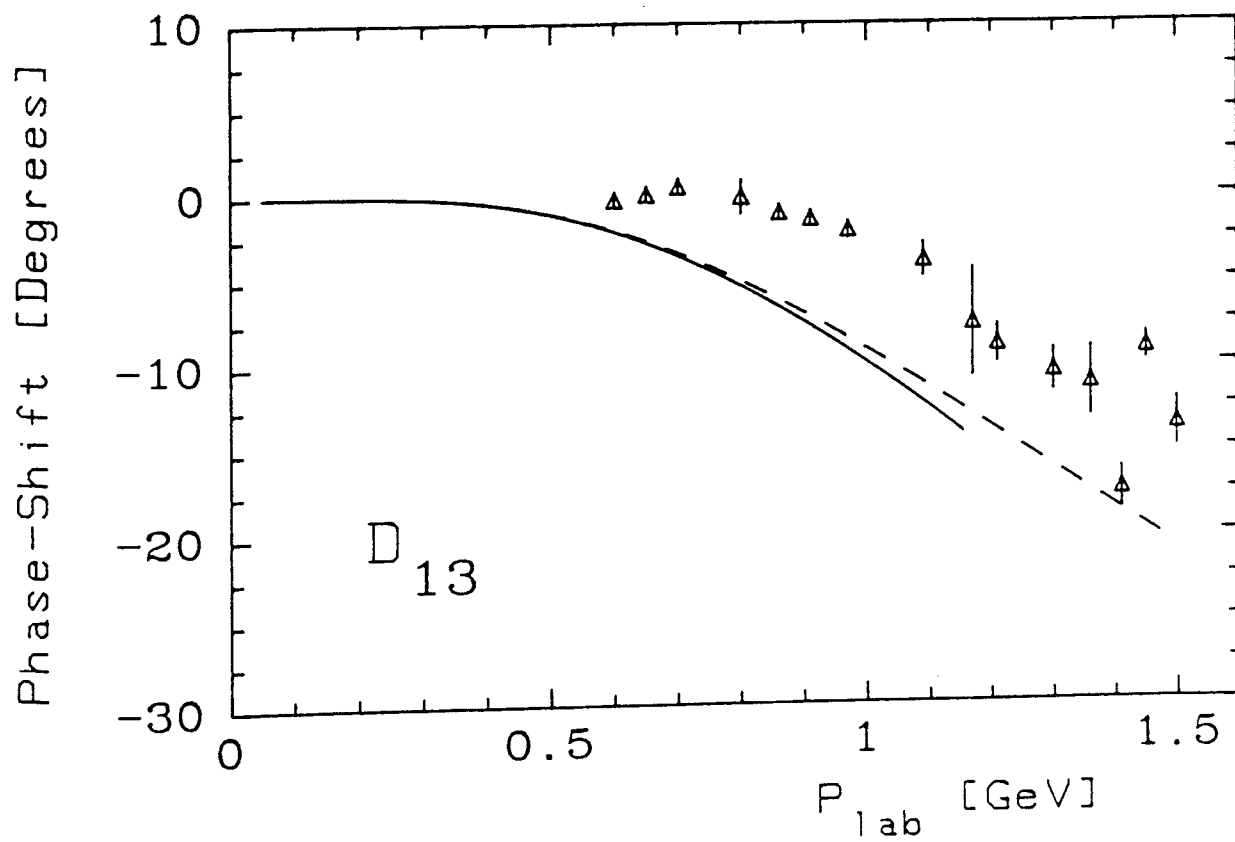
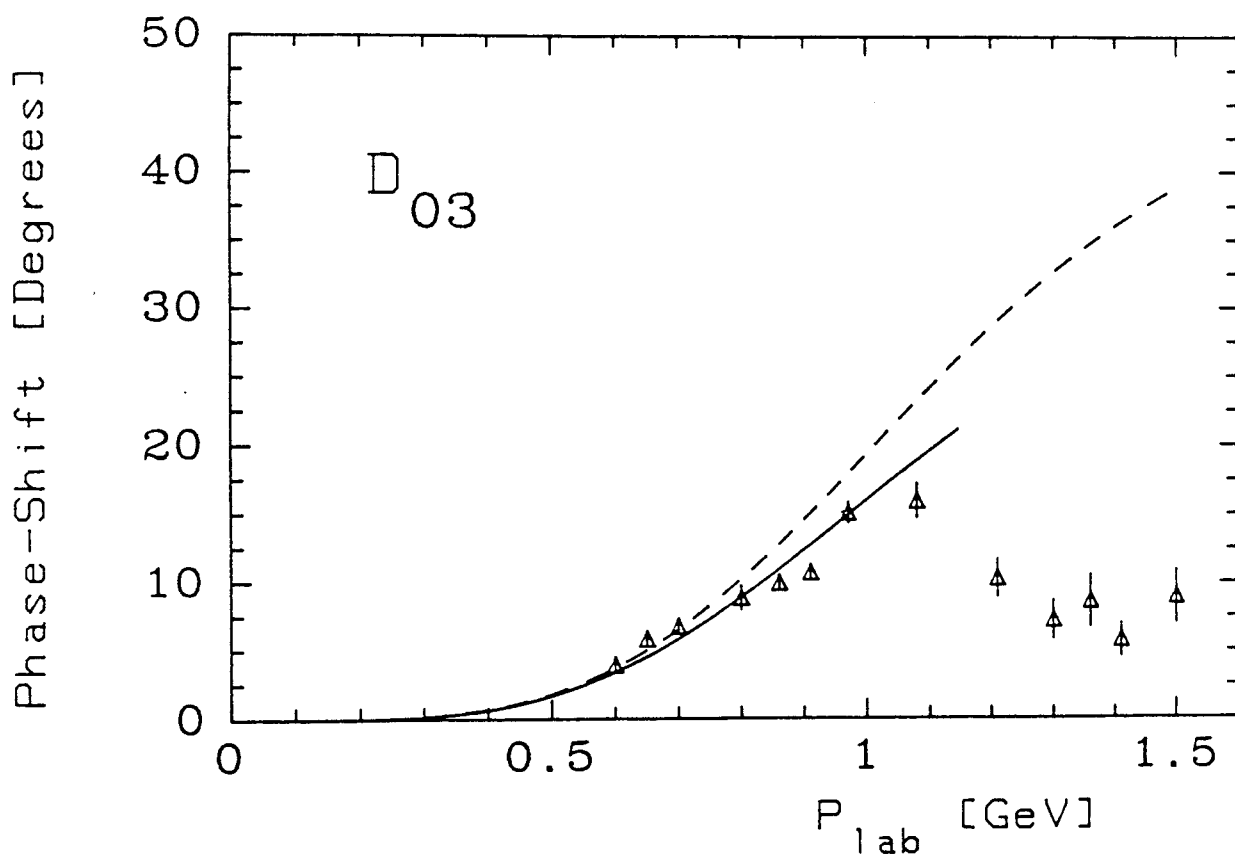


Fig. 4

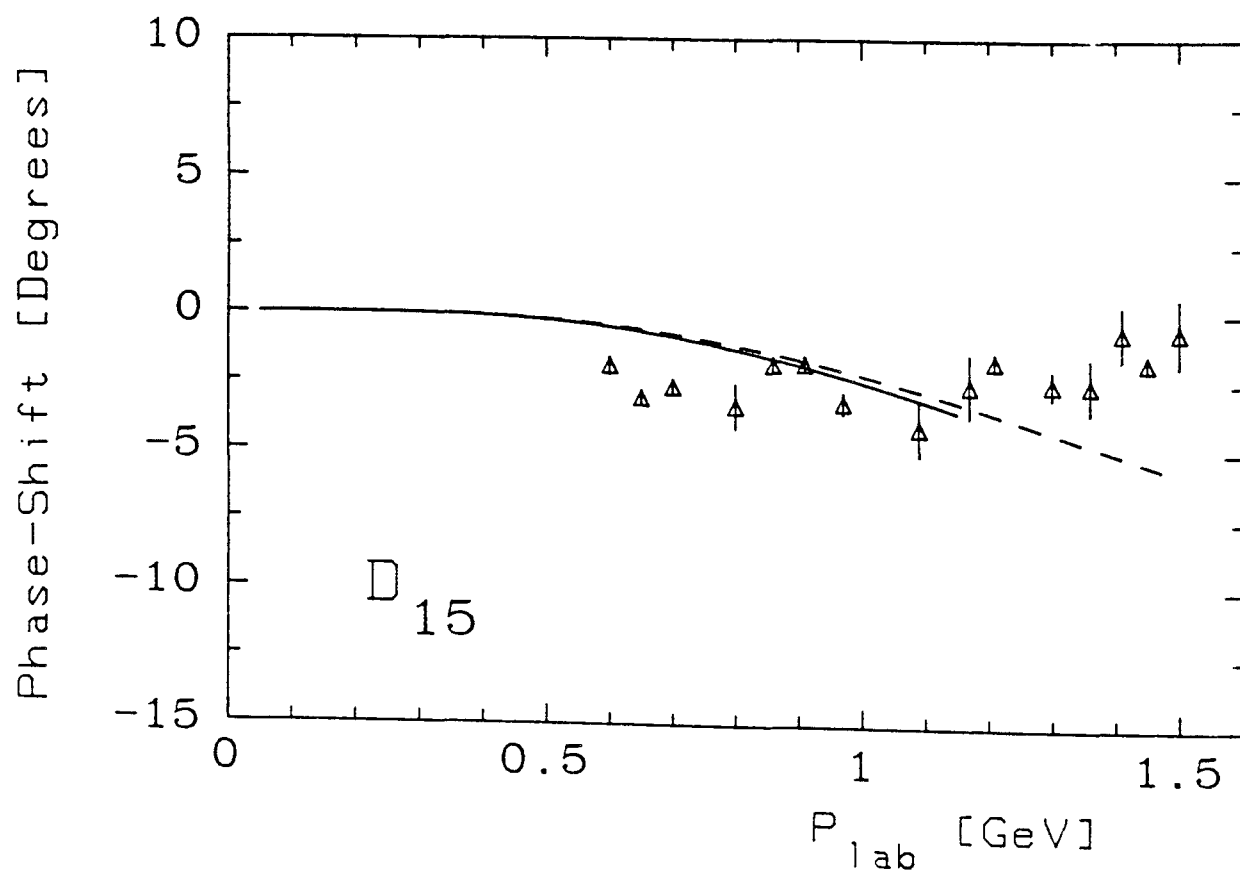
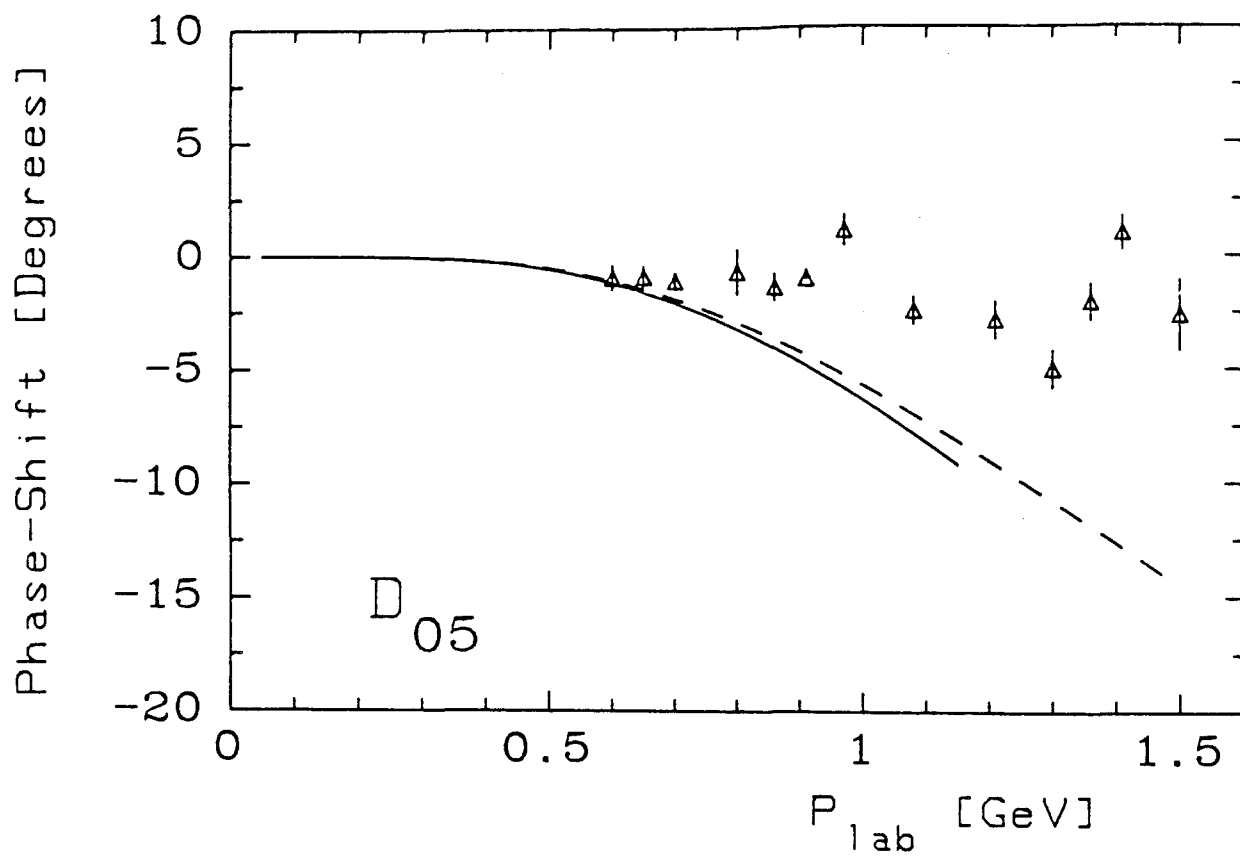


Fig. 5

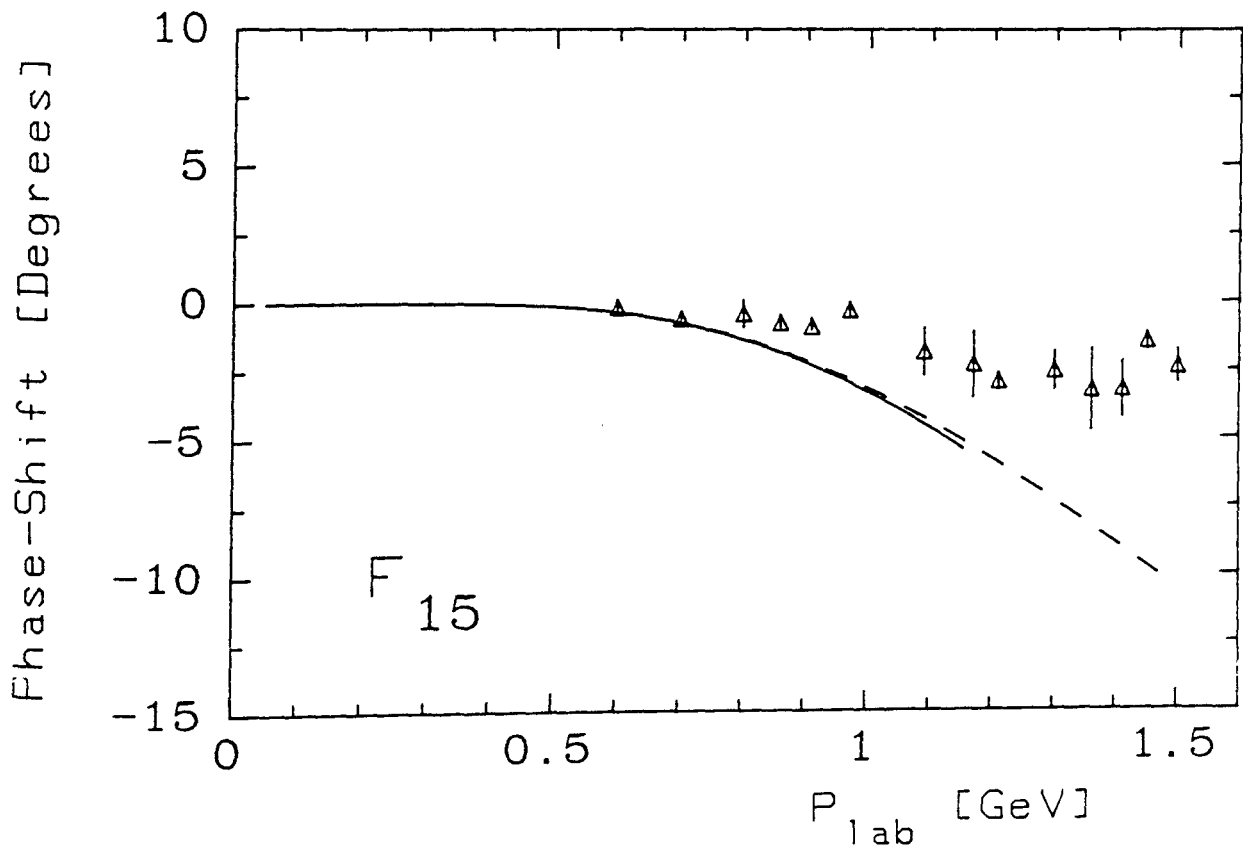
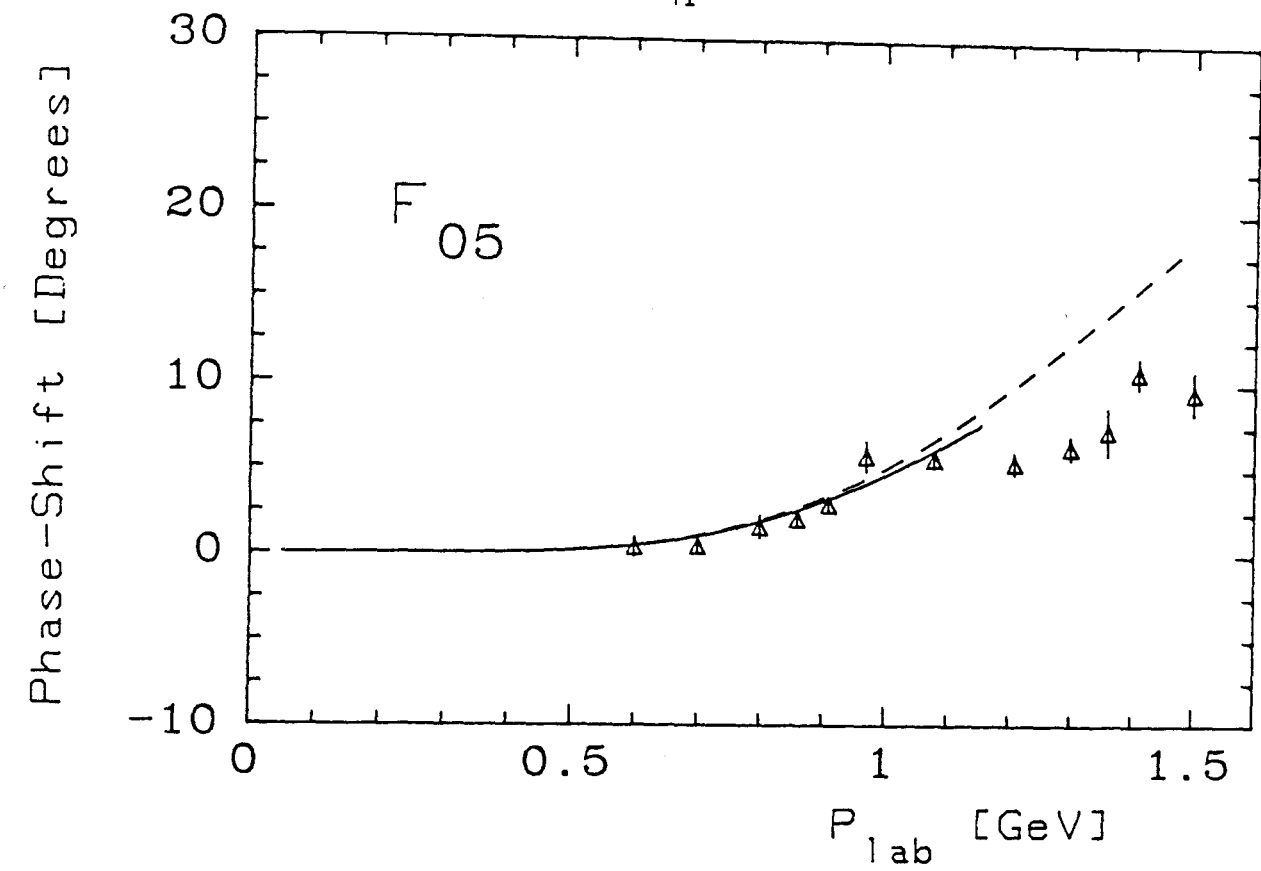


Fig. 6

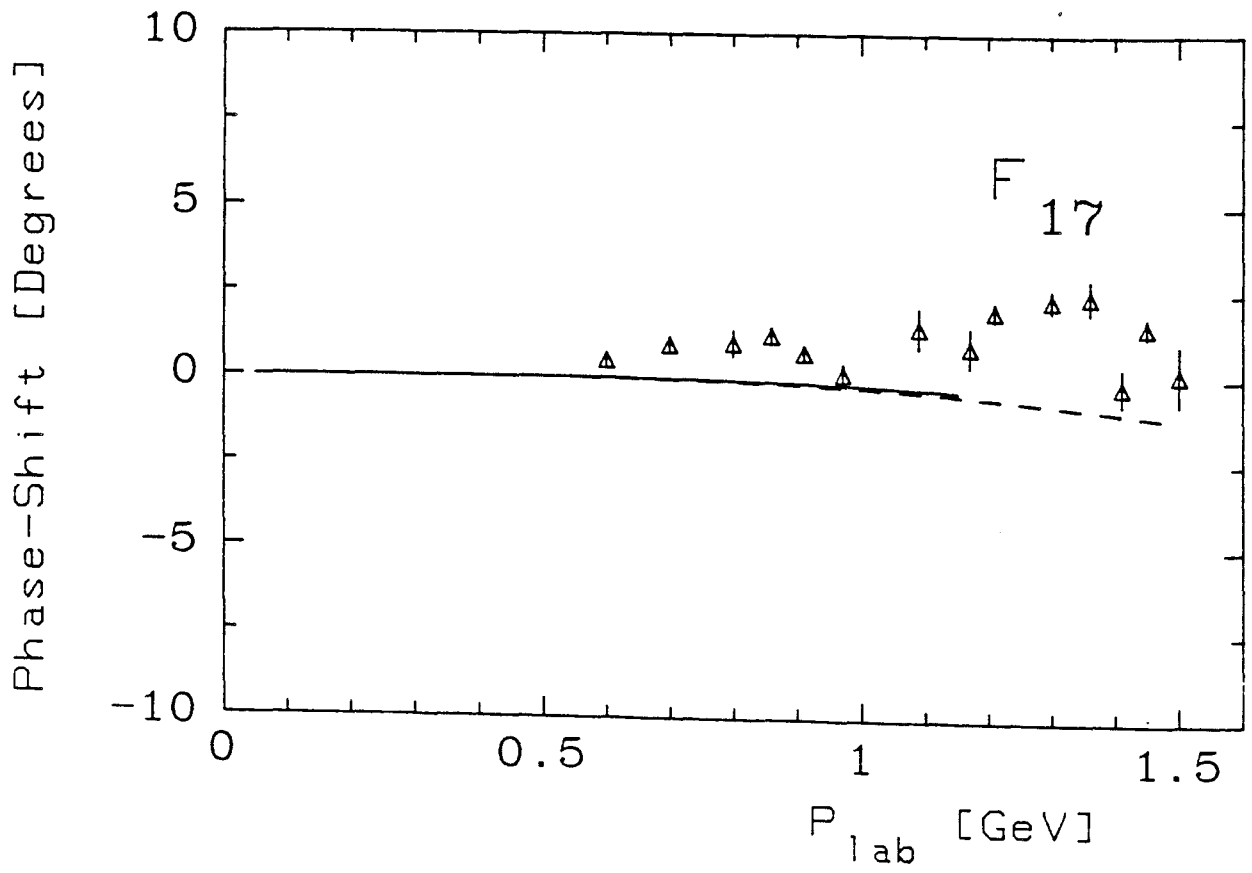
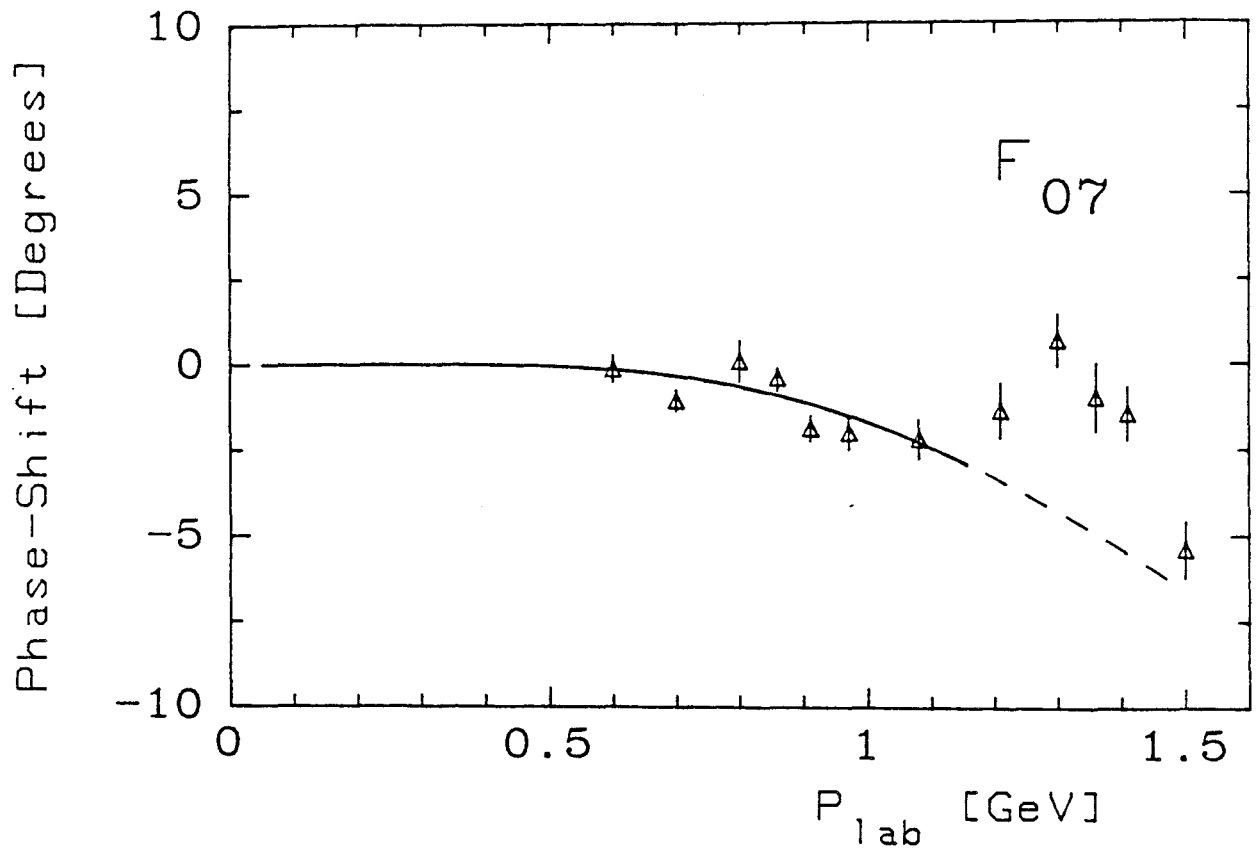


Fig. 7

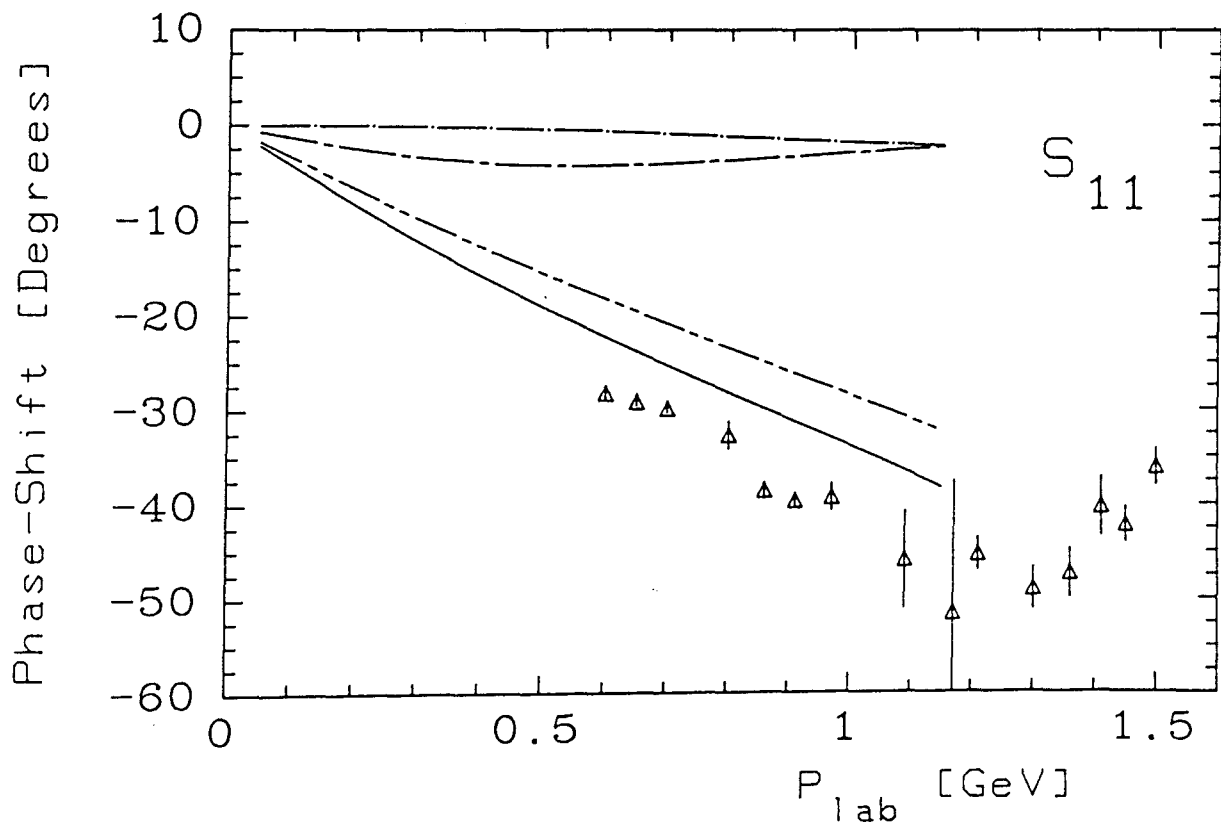
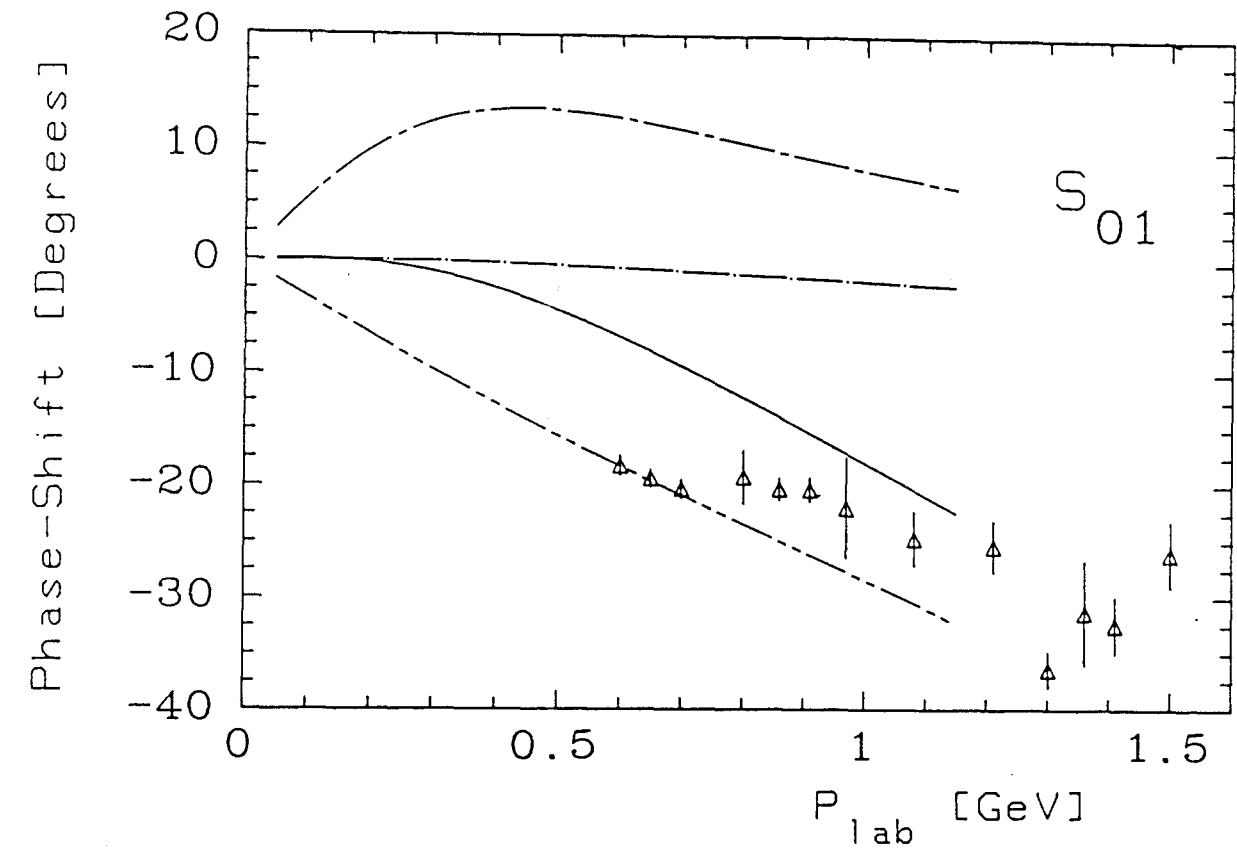


Fig. 8

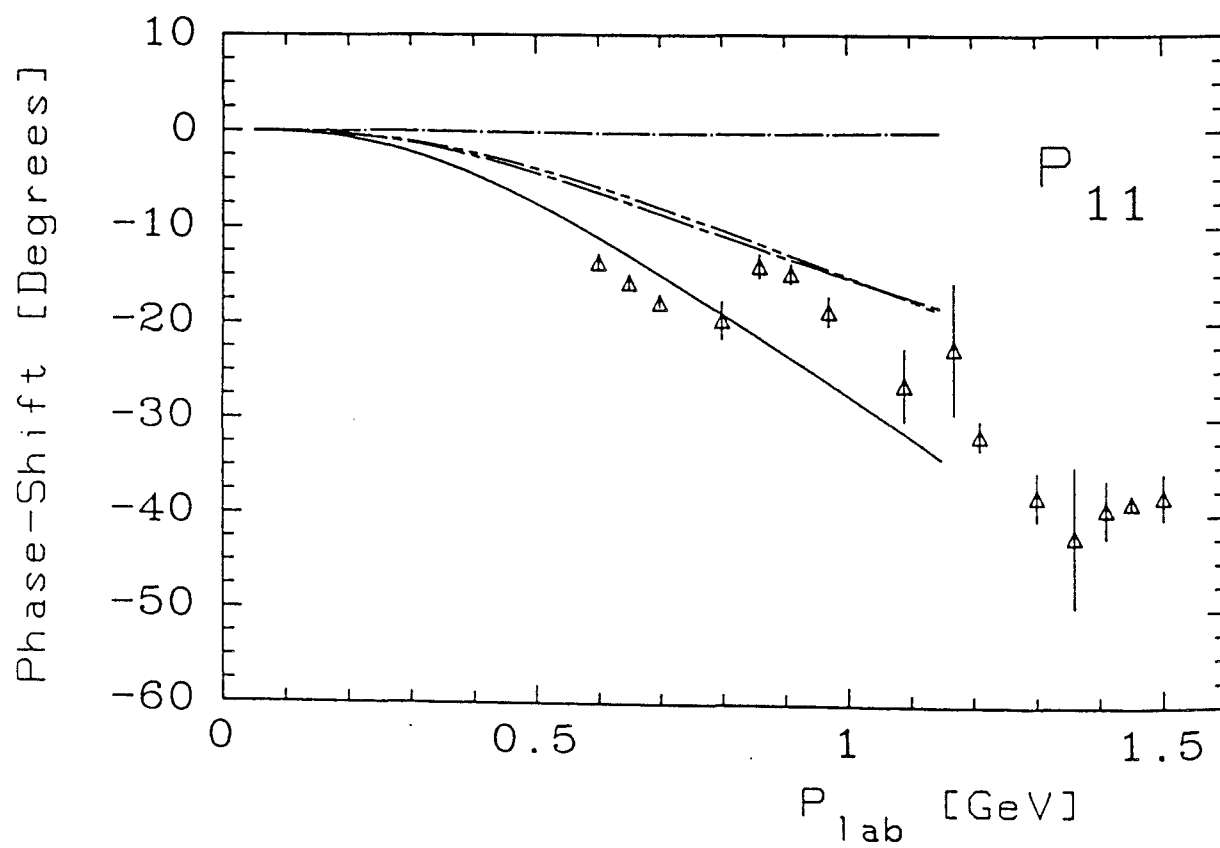
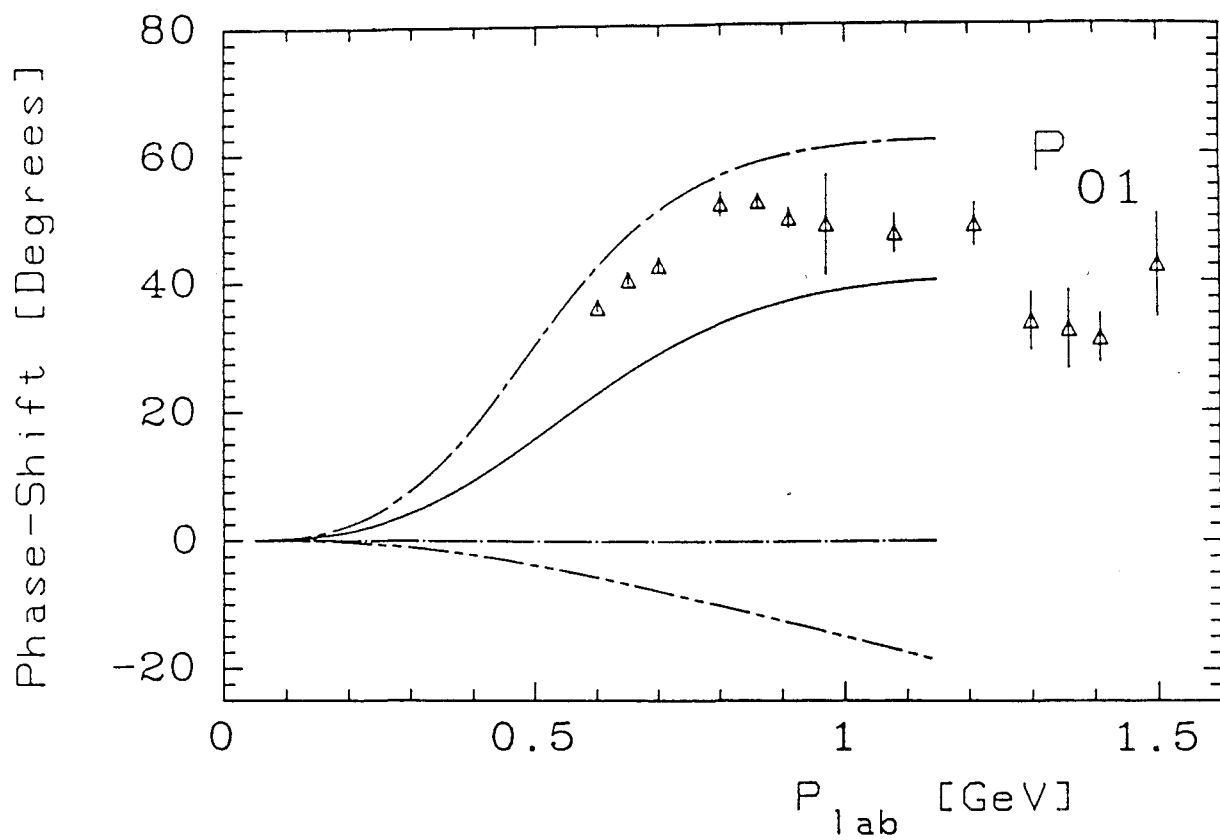


Fig. 9

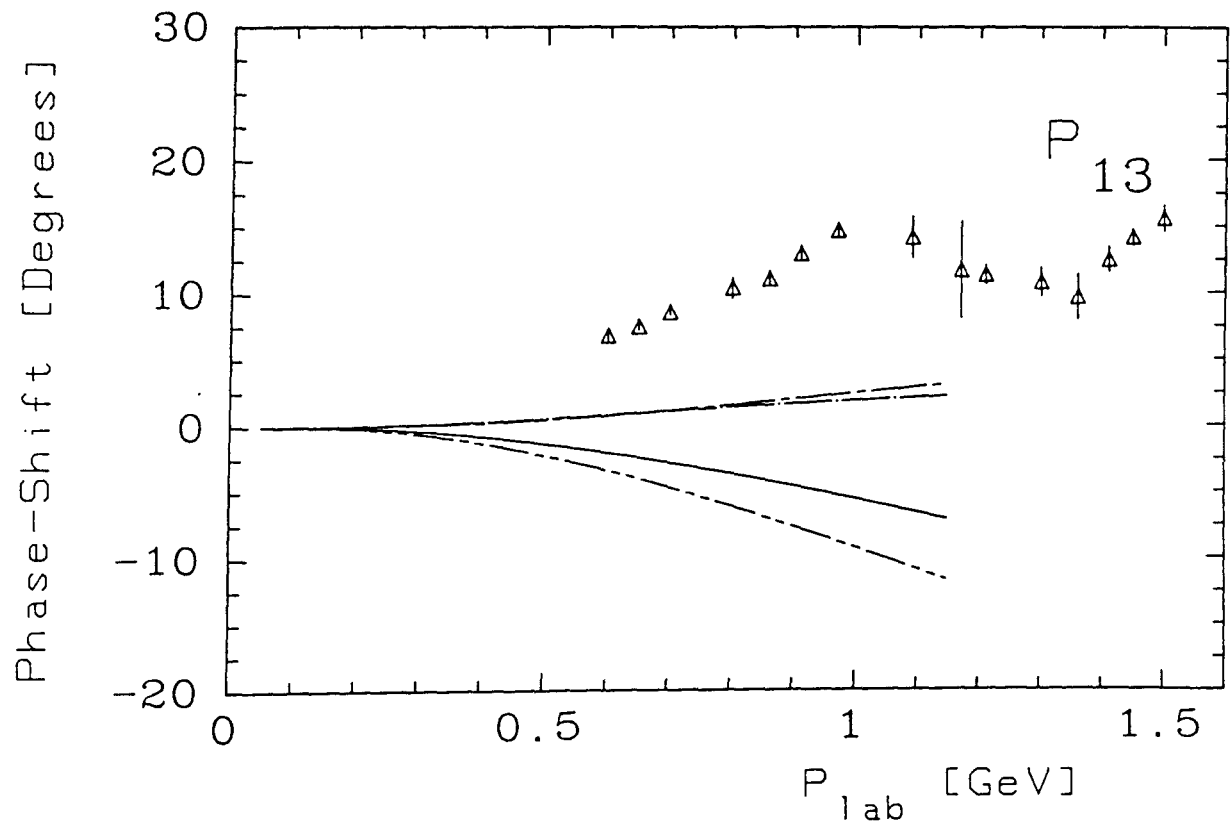
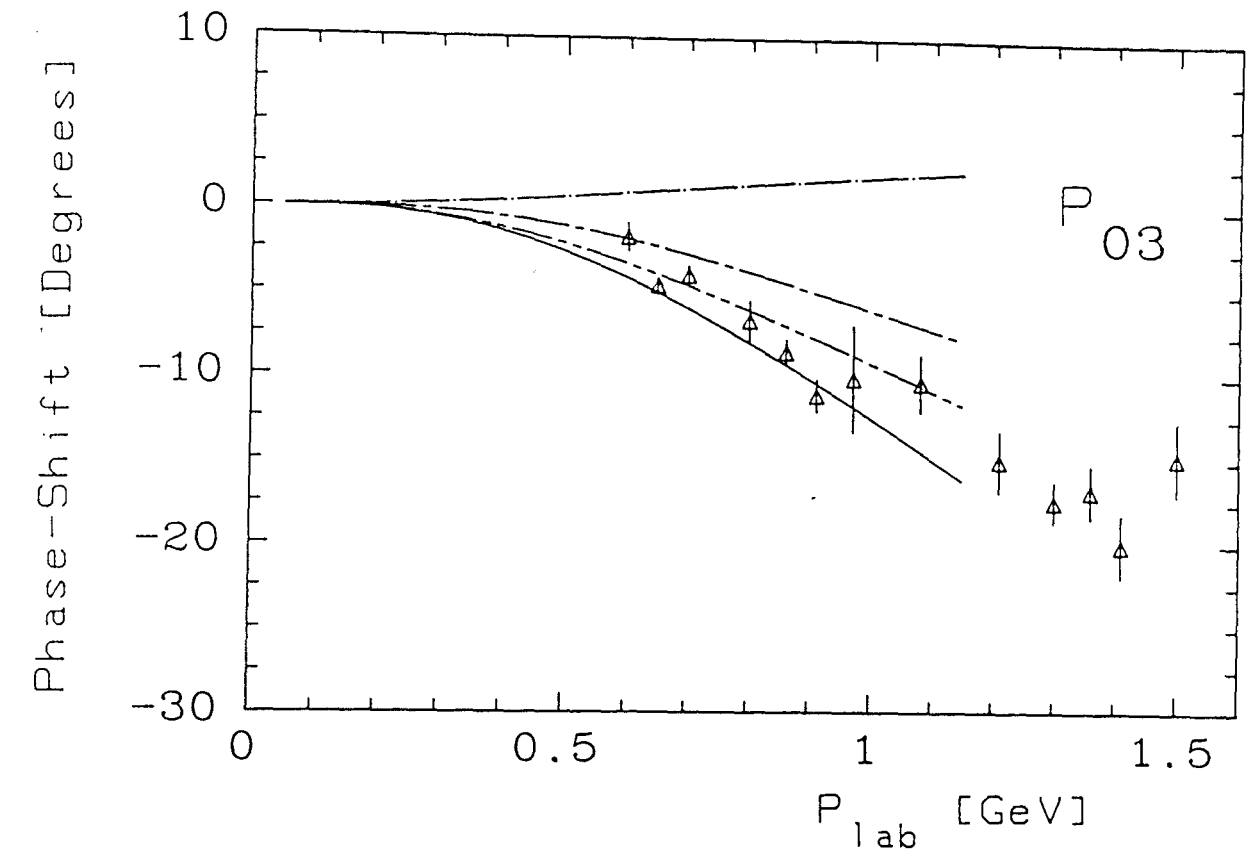


Fig. 10

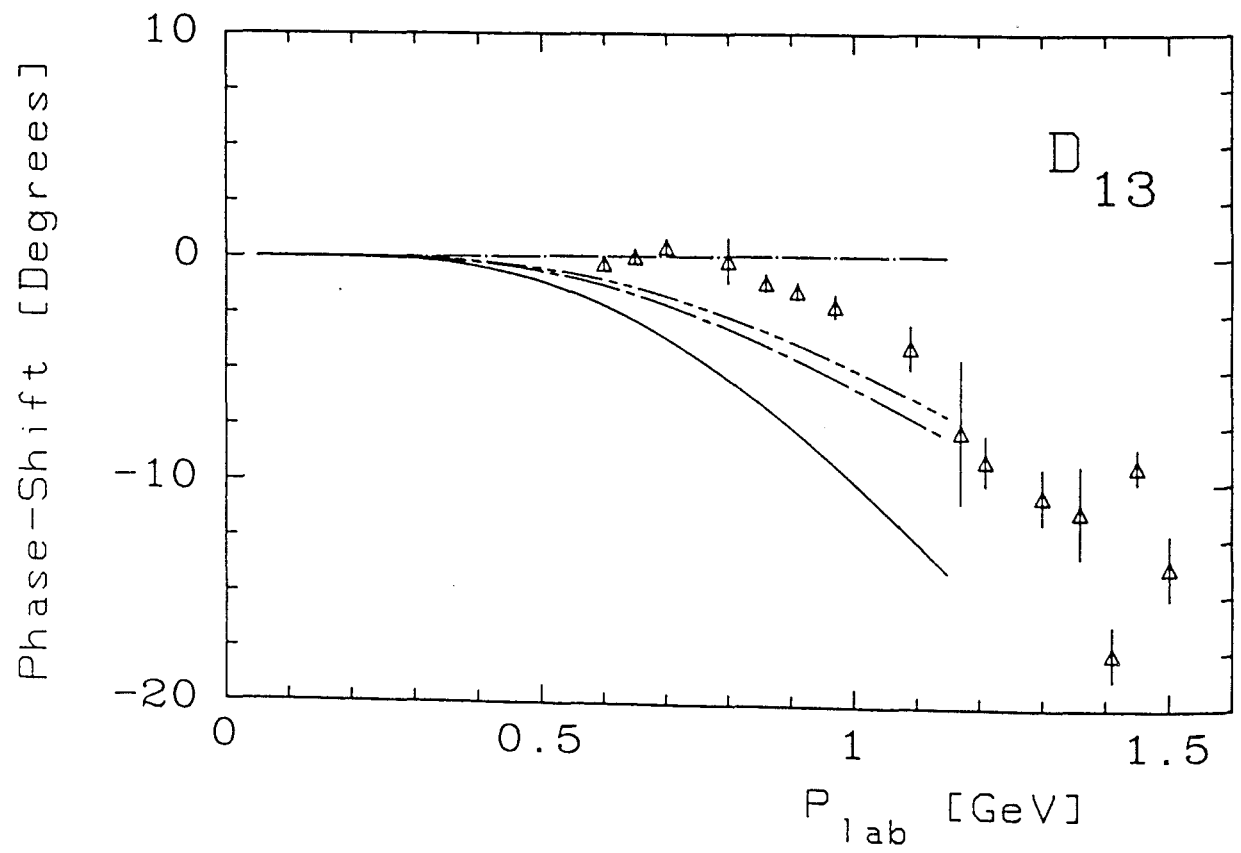
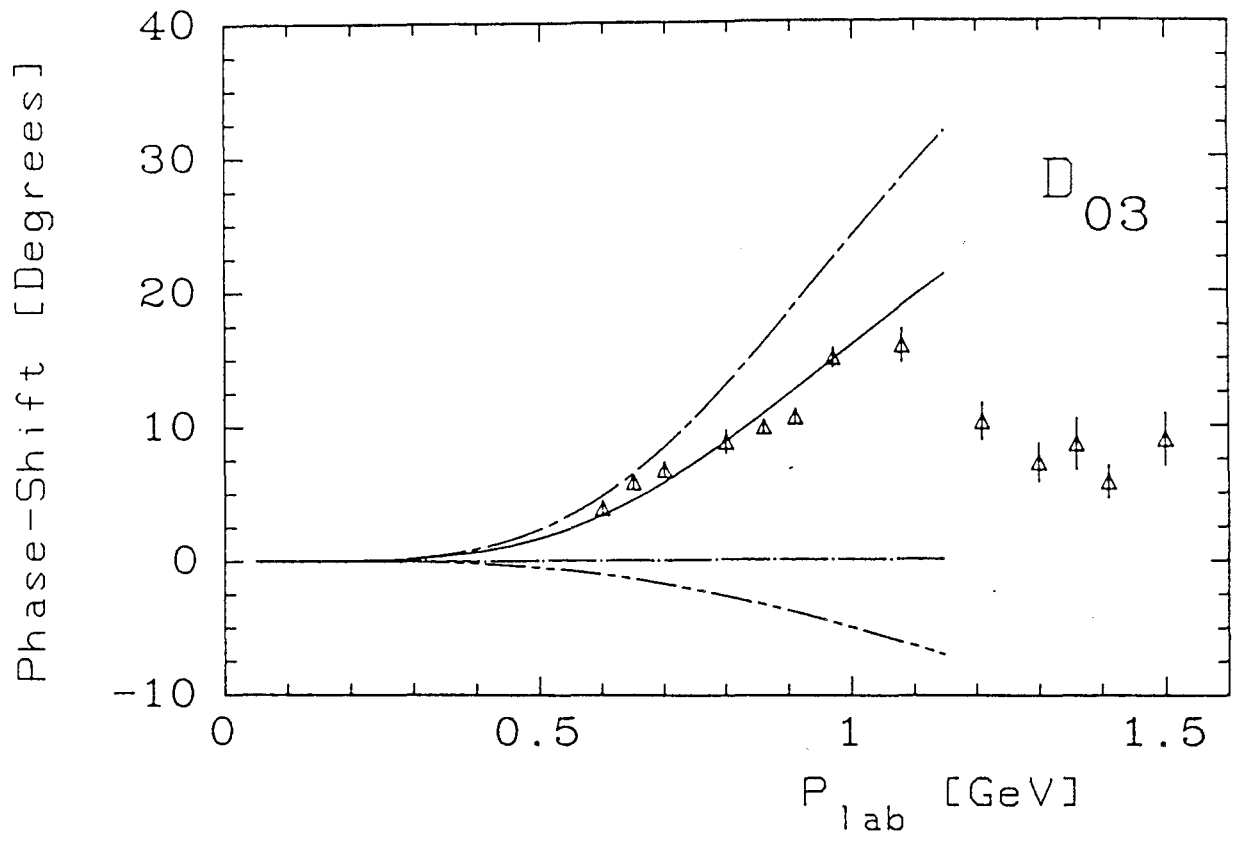


Fig. 11

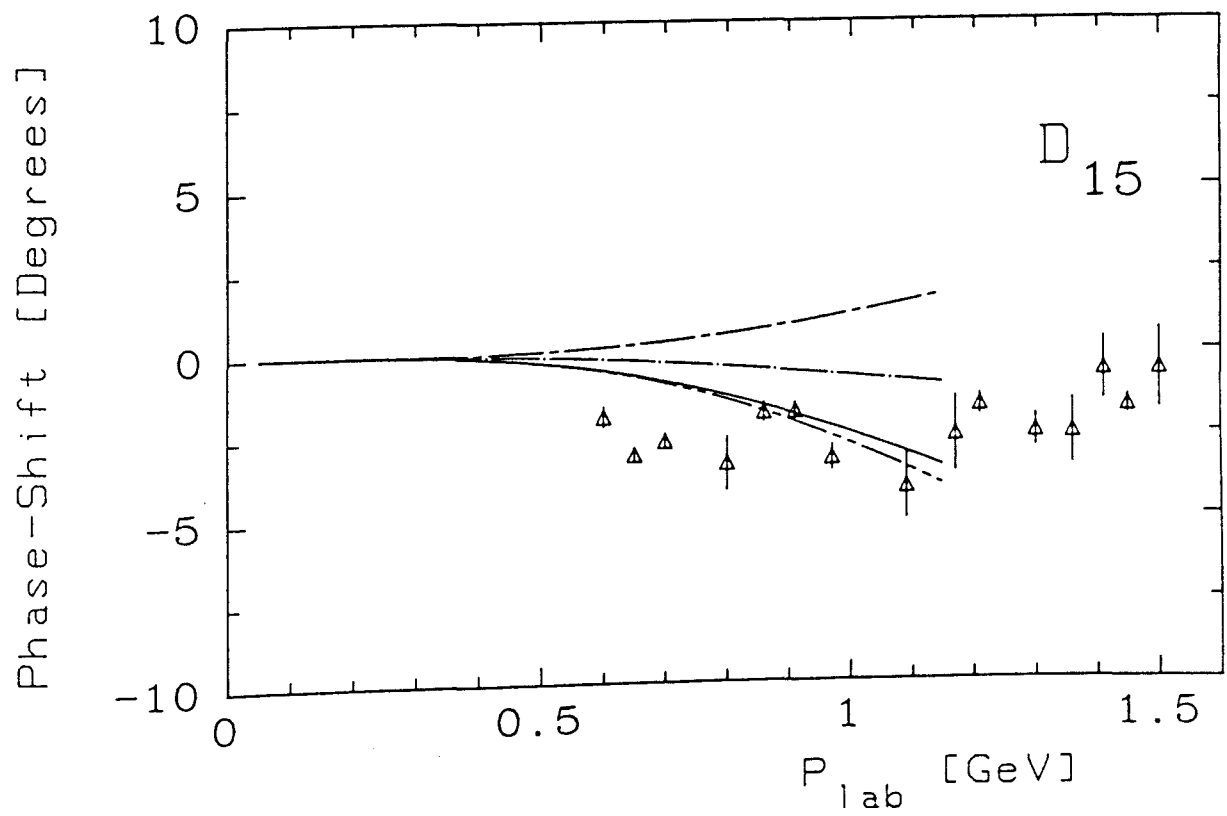
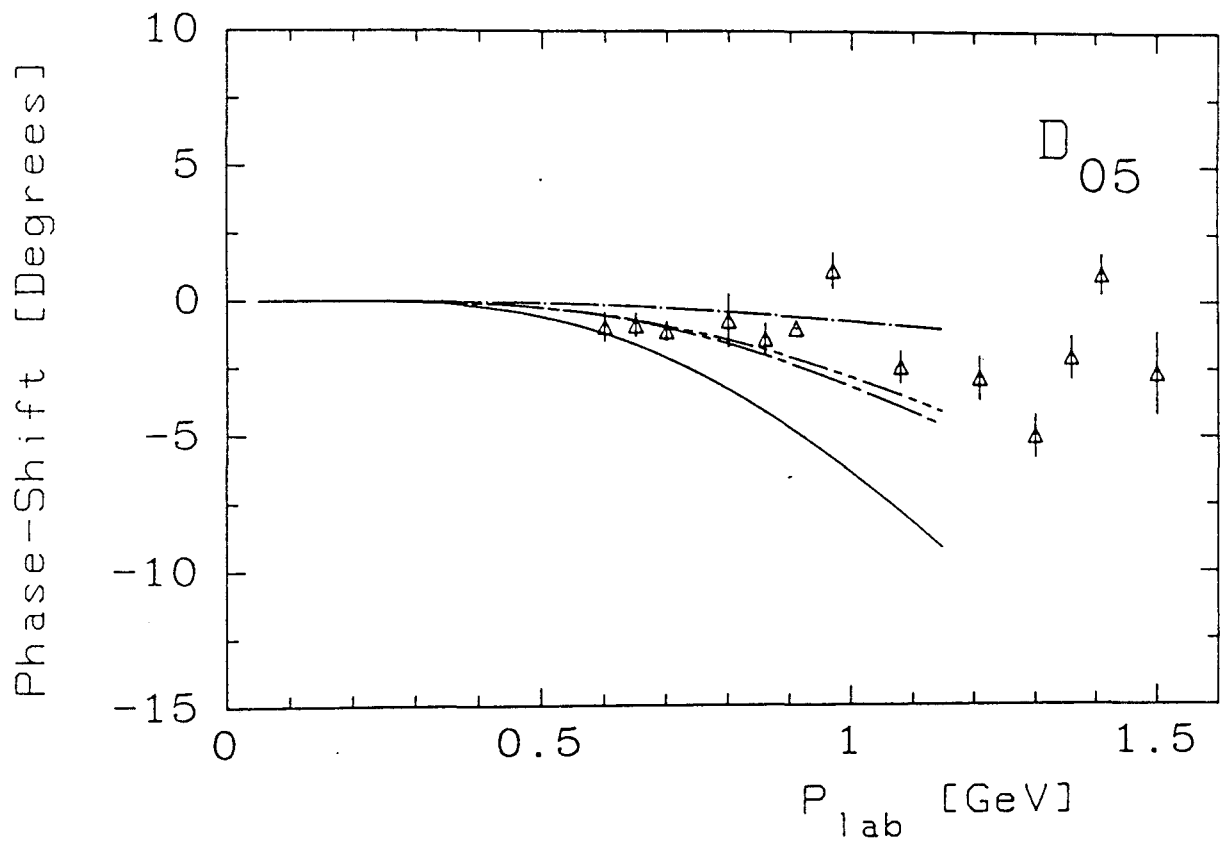


Fig. 12

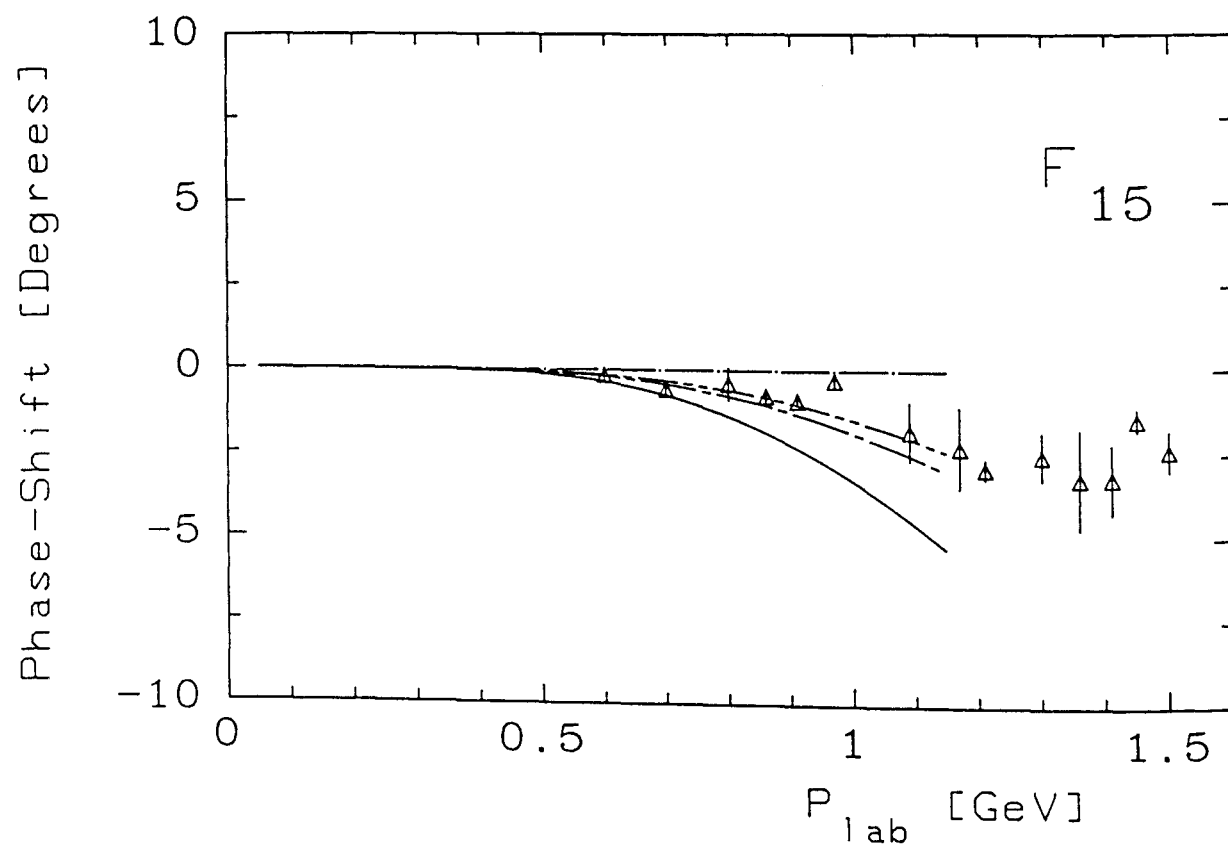
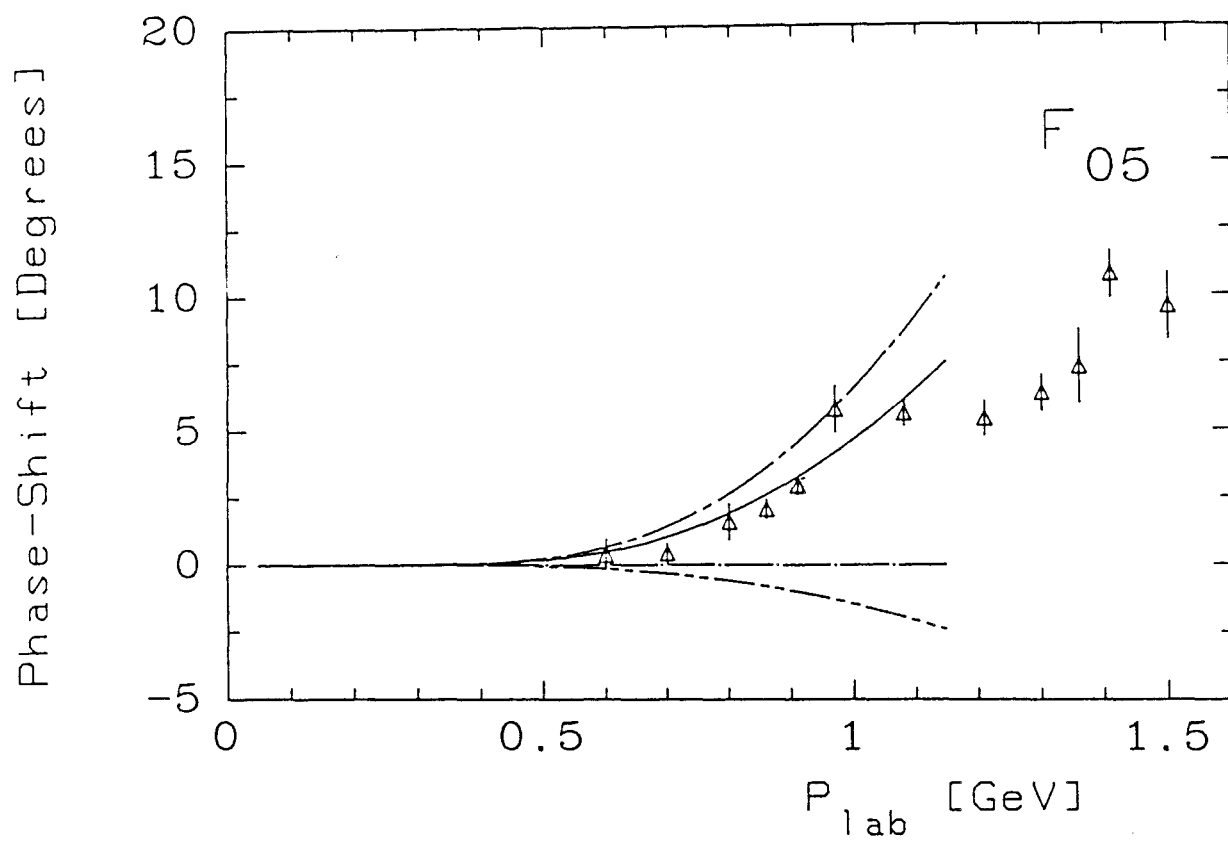


Fig.13

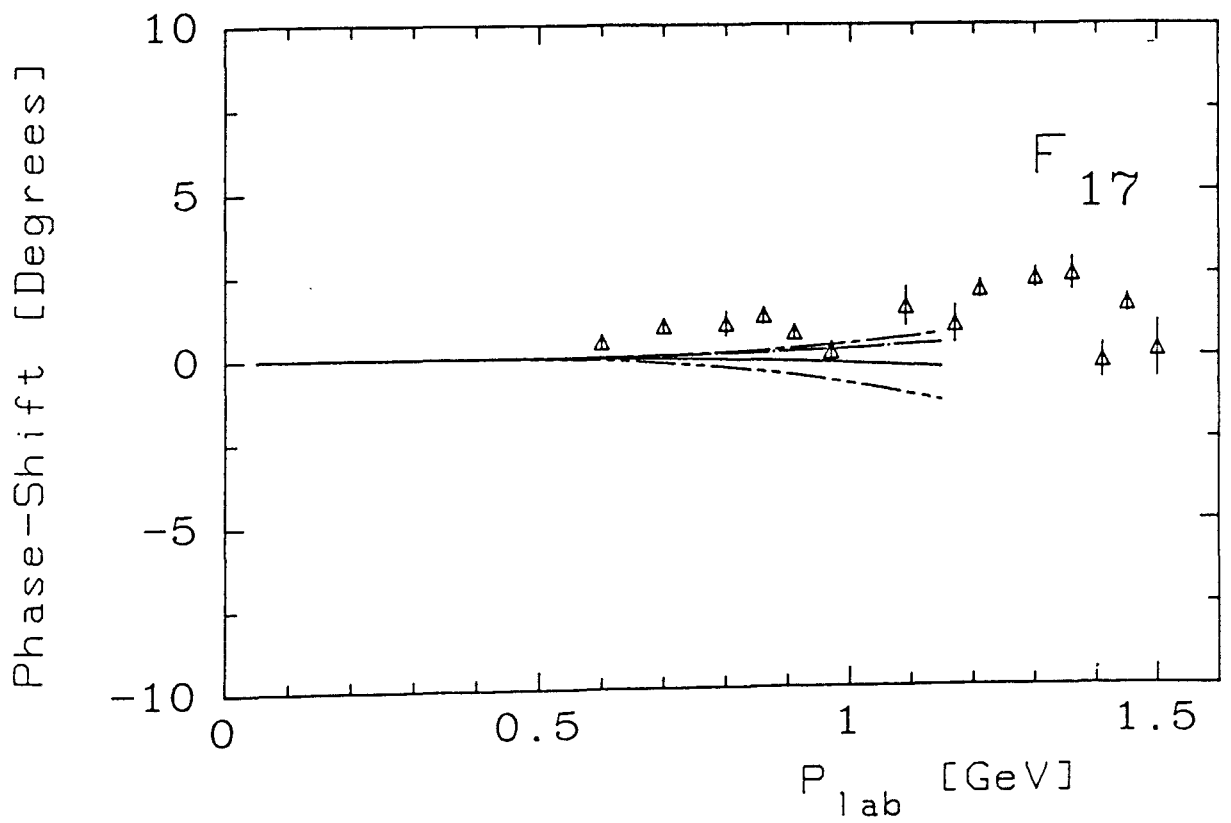
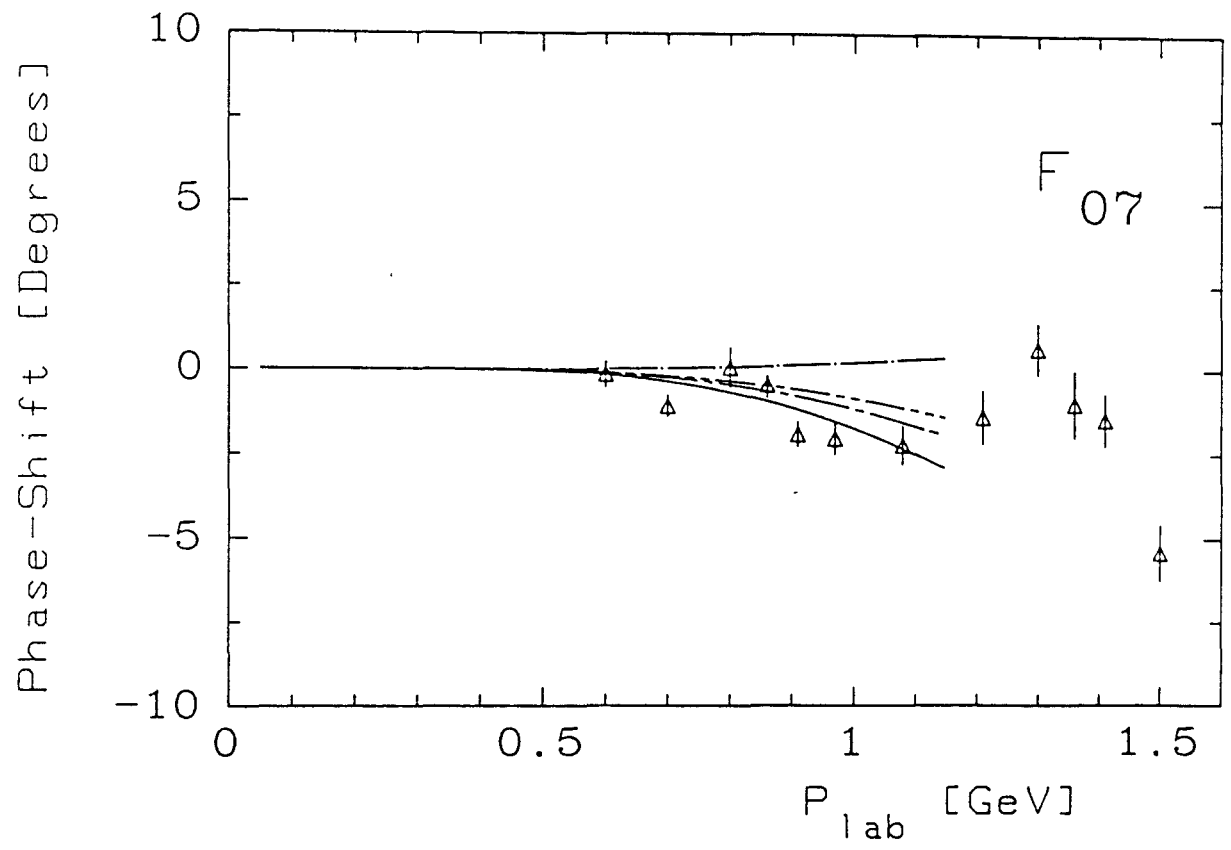


Fig. 14

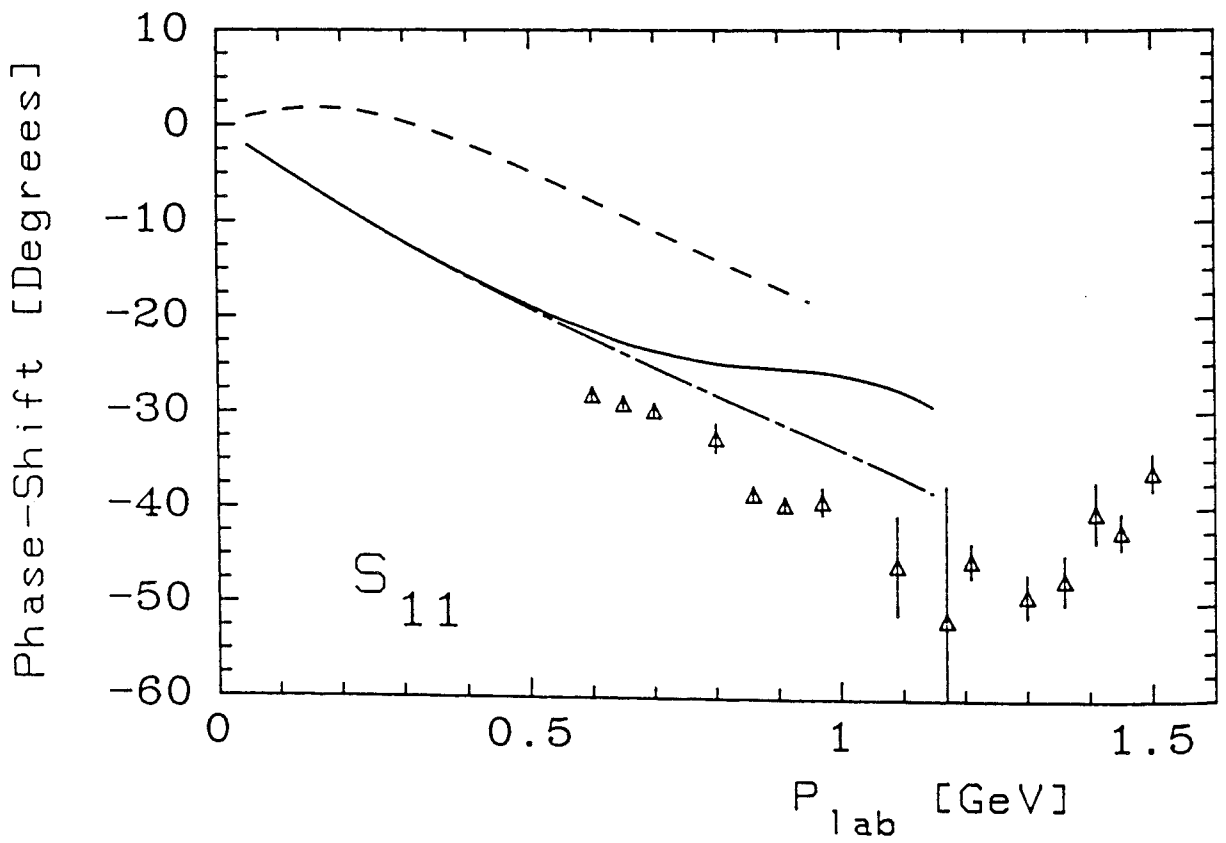
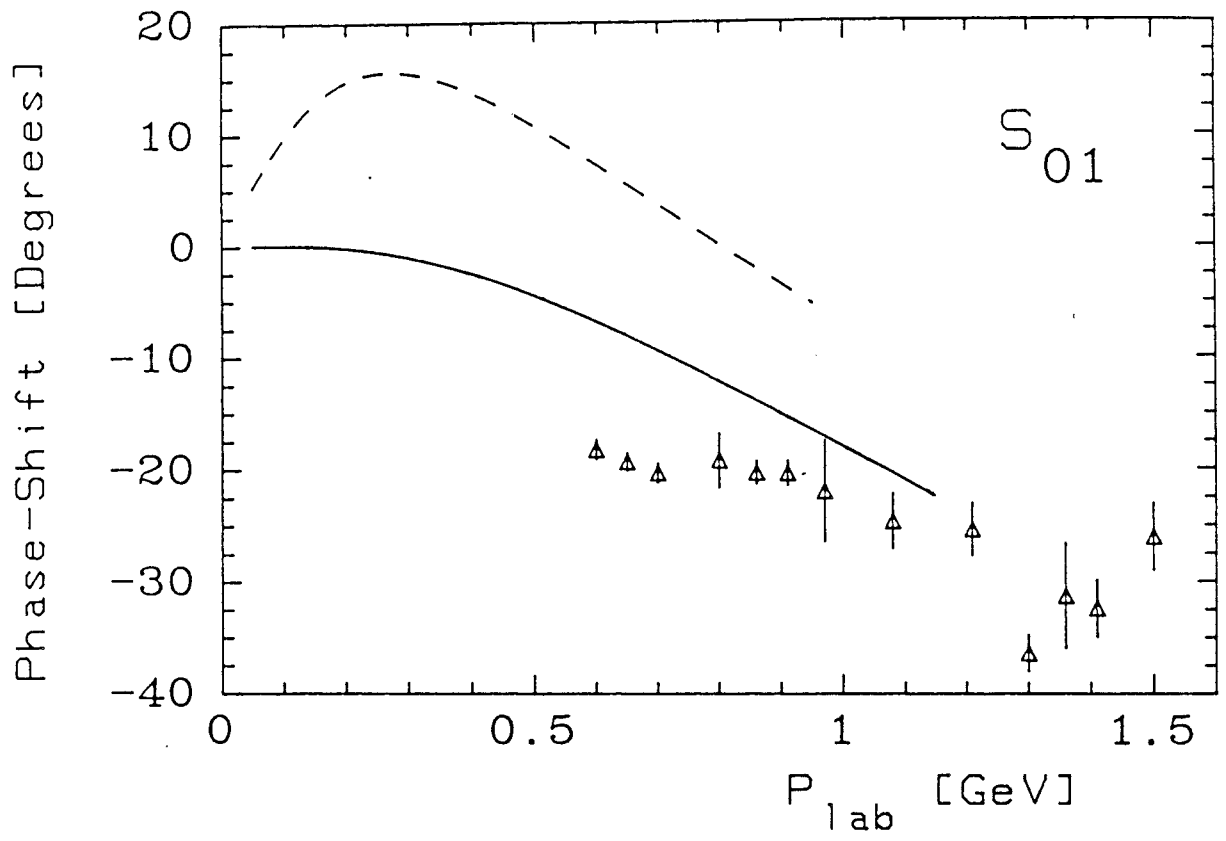


Fig. 15

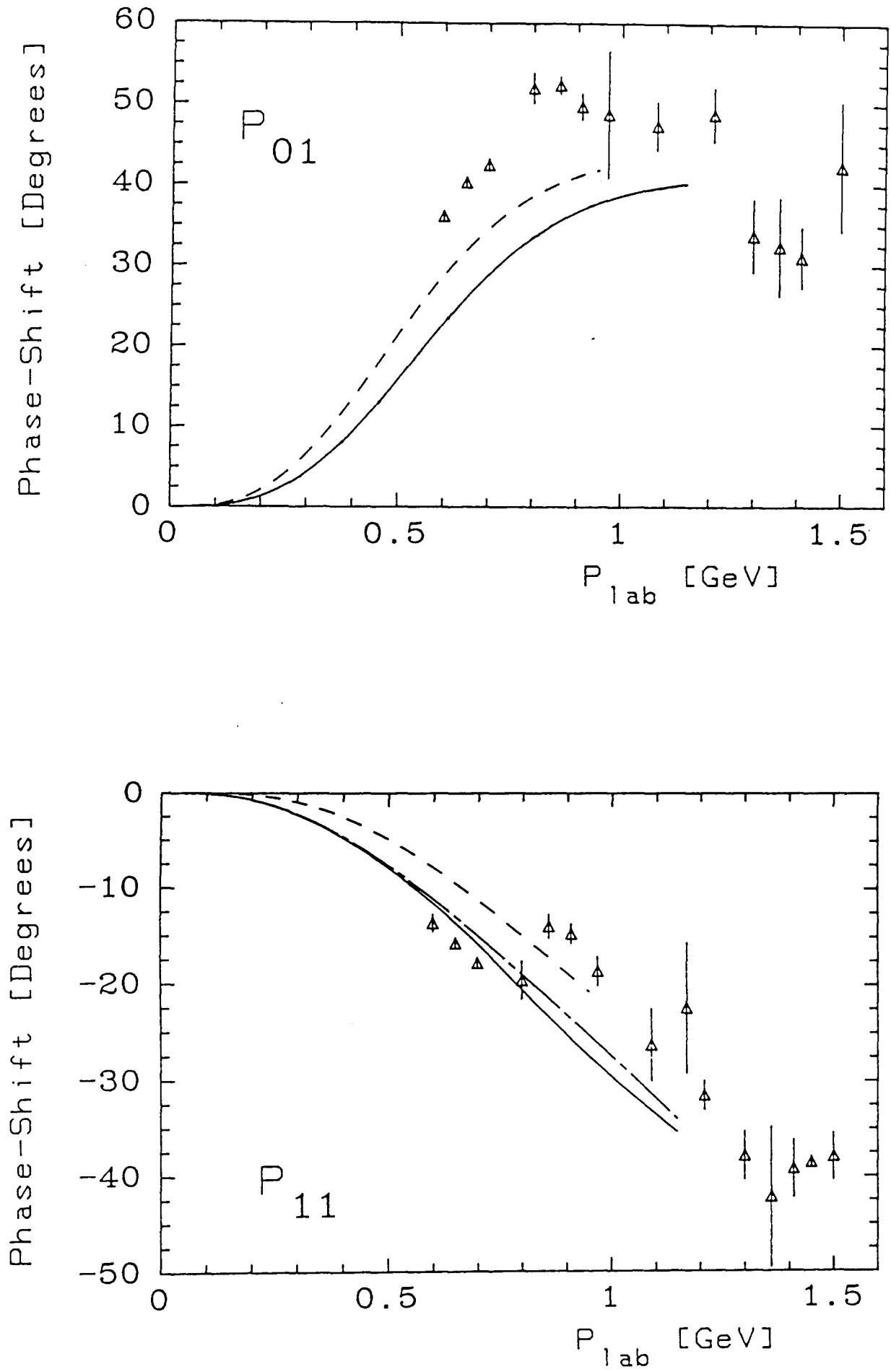


Fig. 16

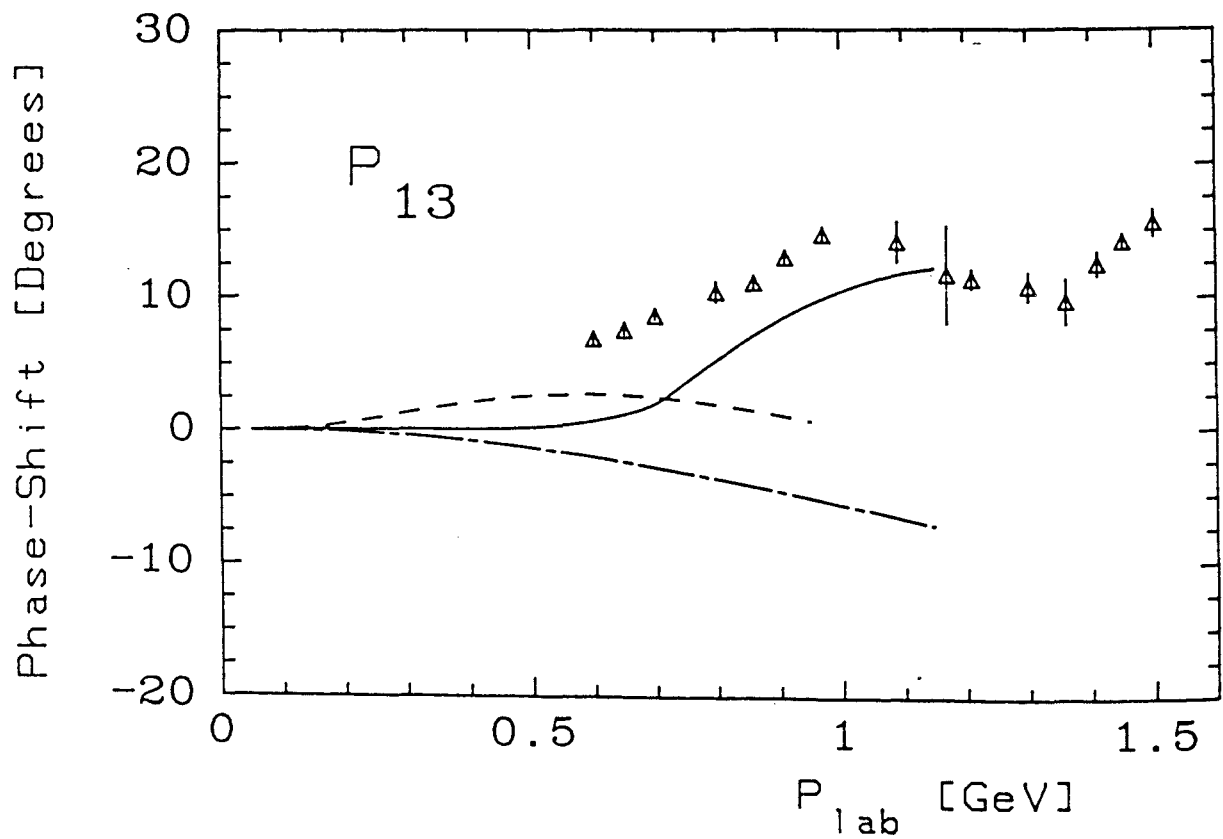
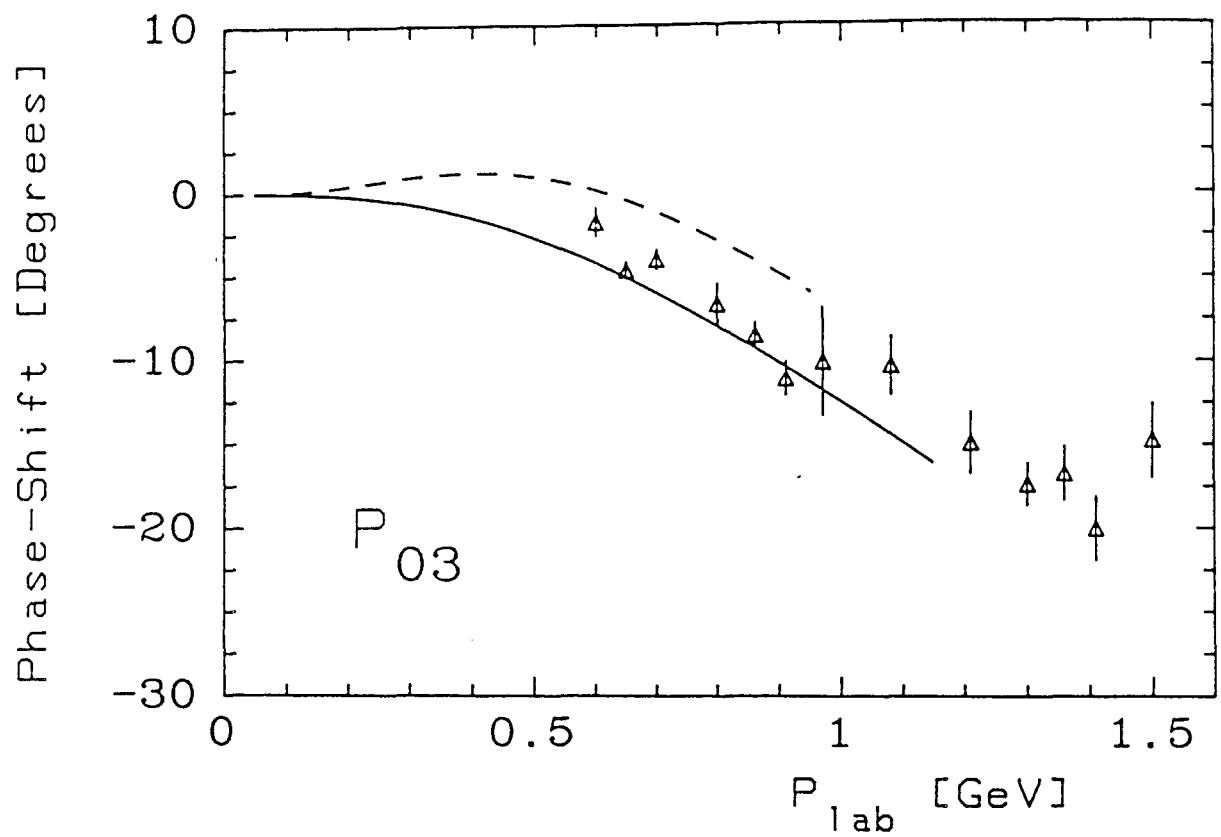


Fig. 17

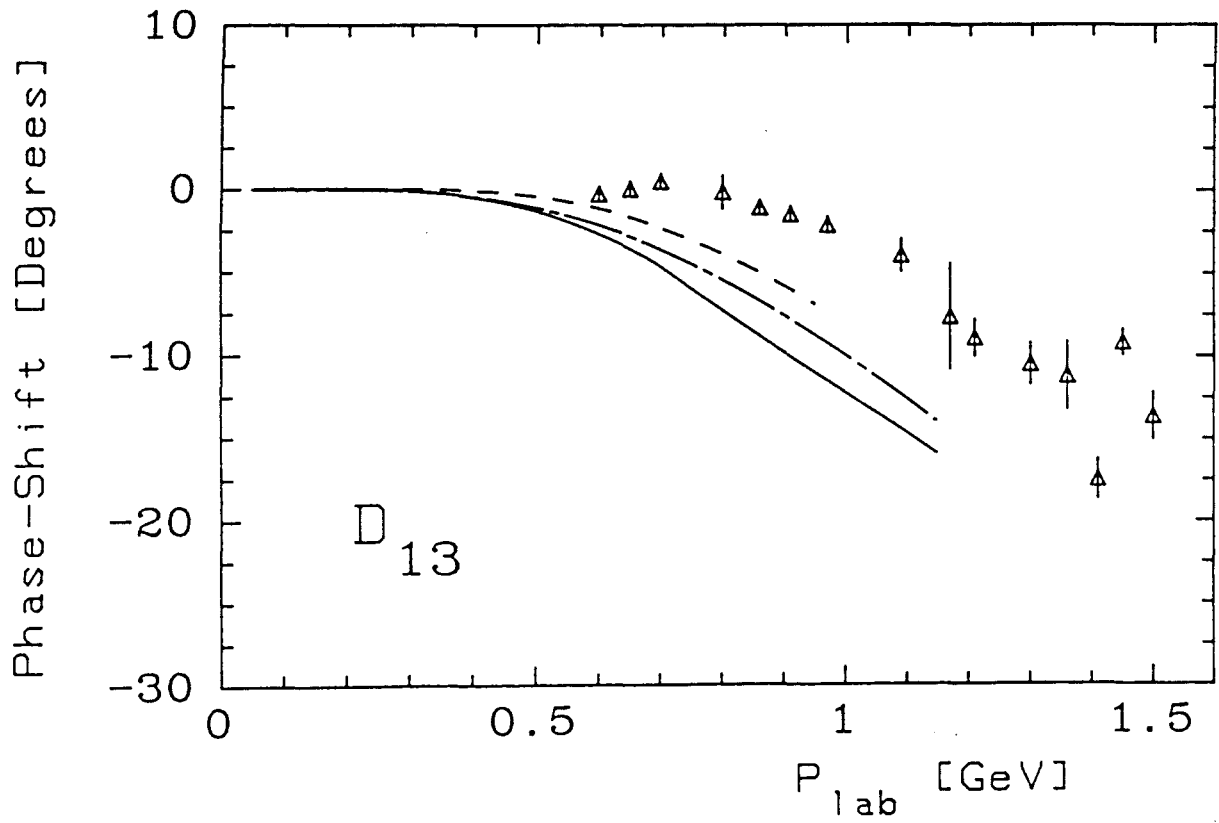
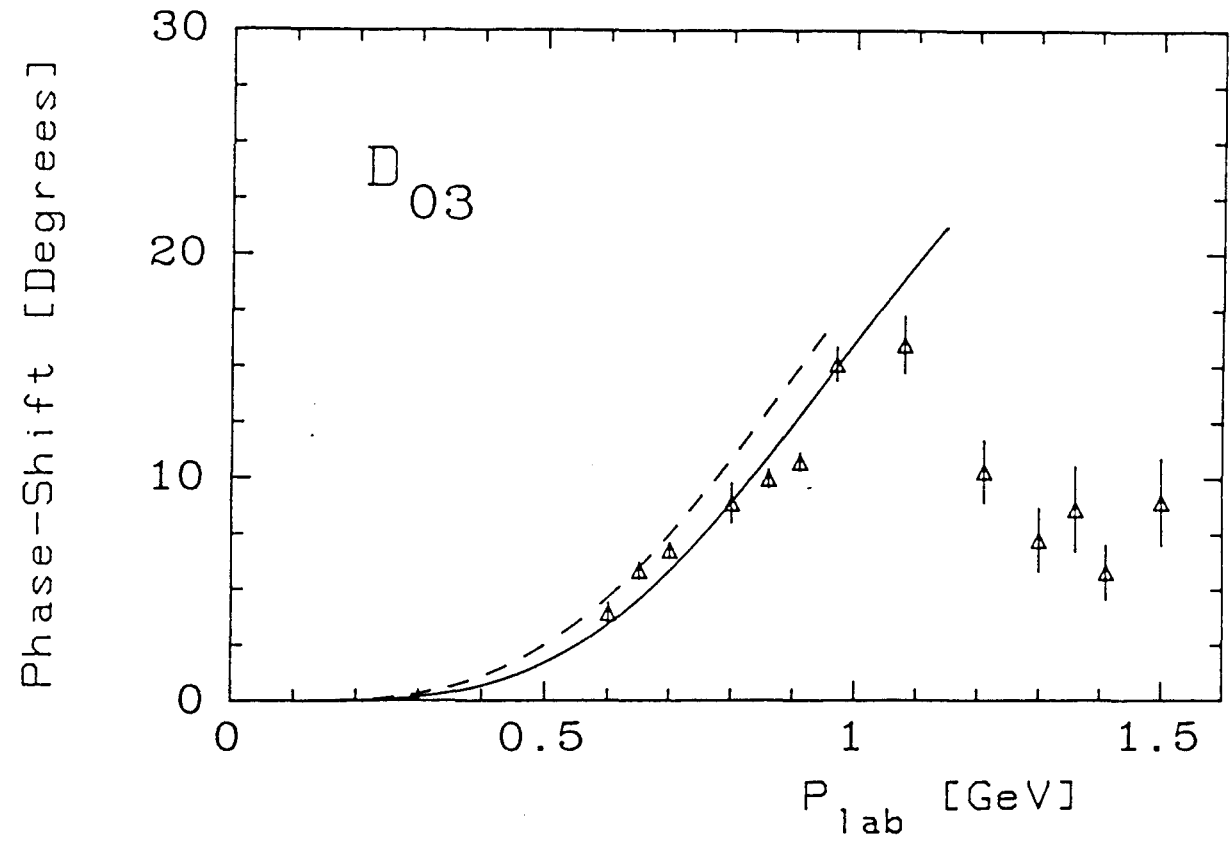


Fig. 18

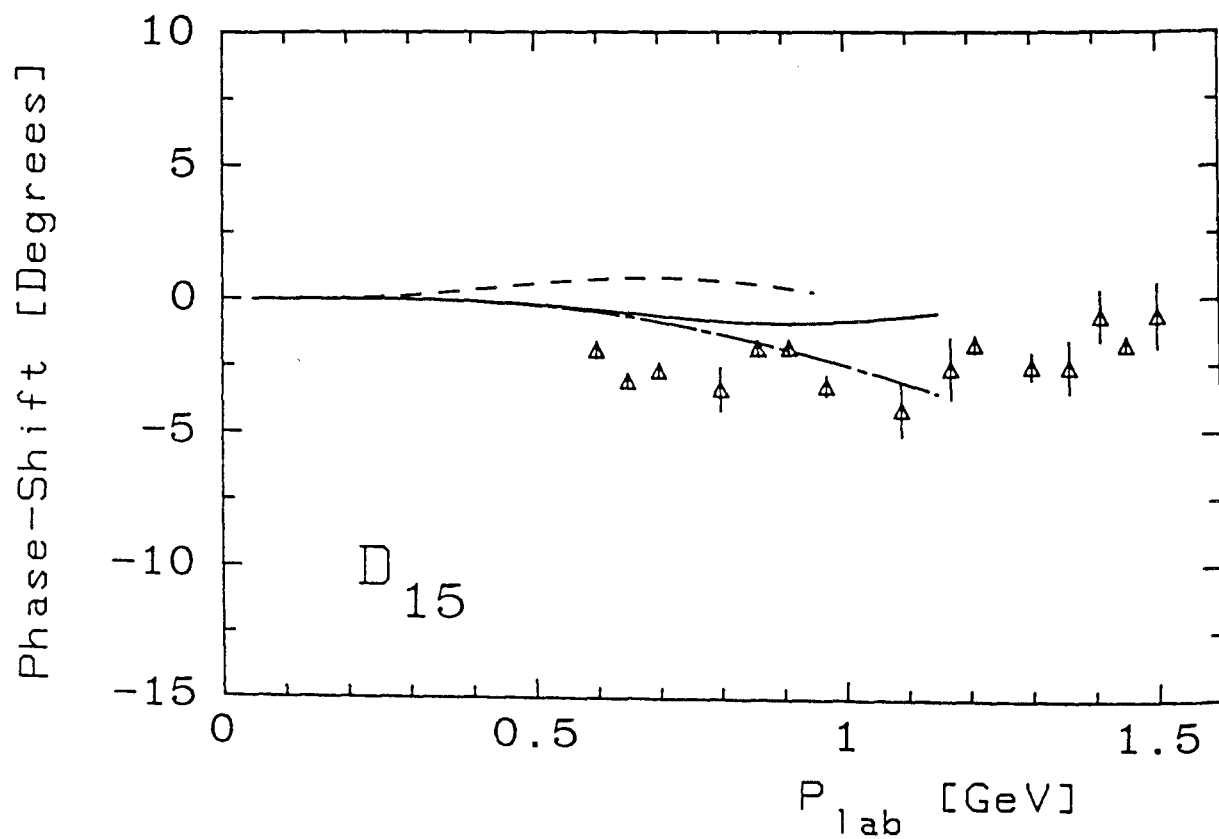
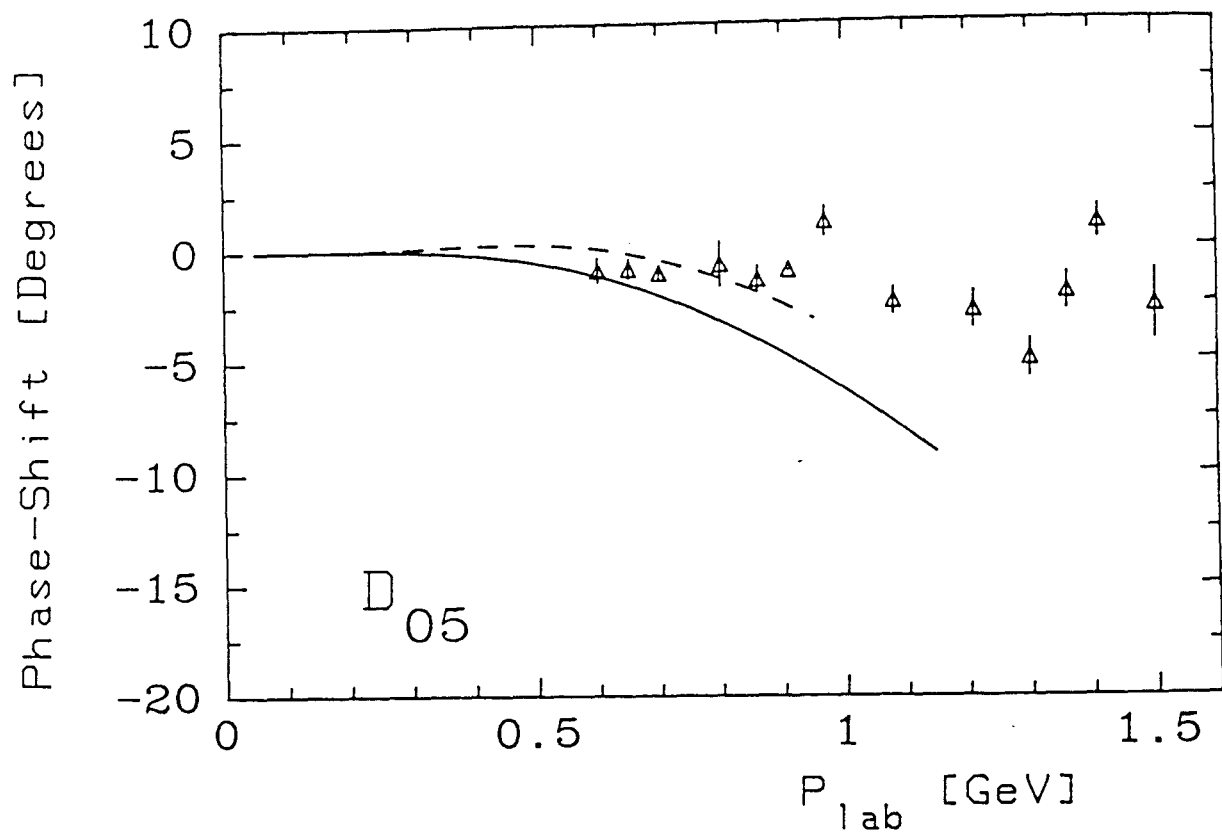


Fig. 19

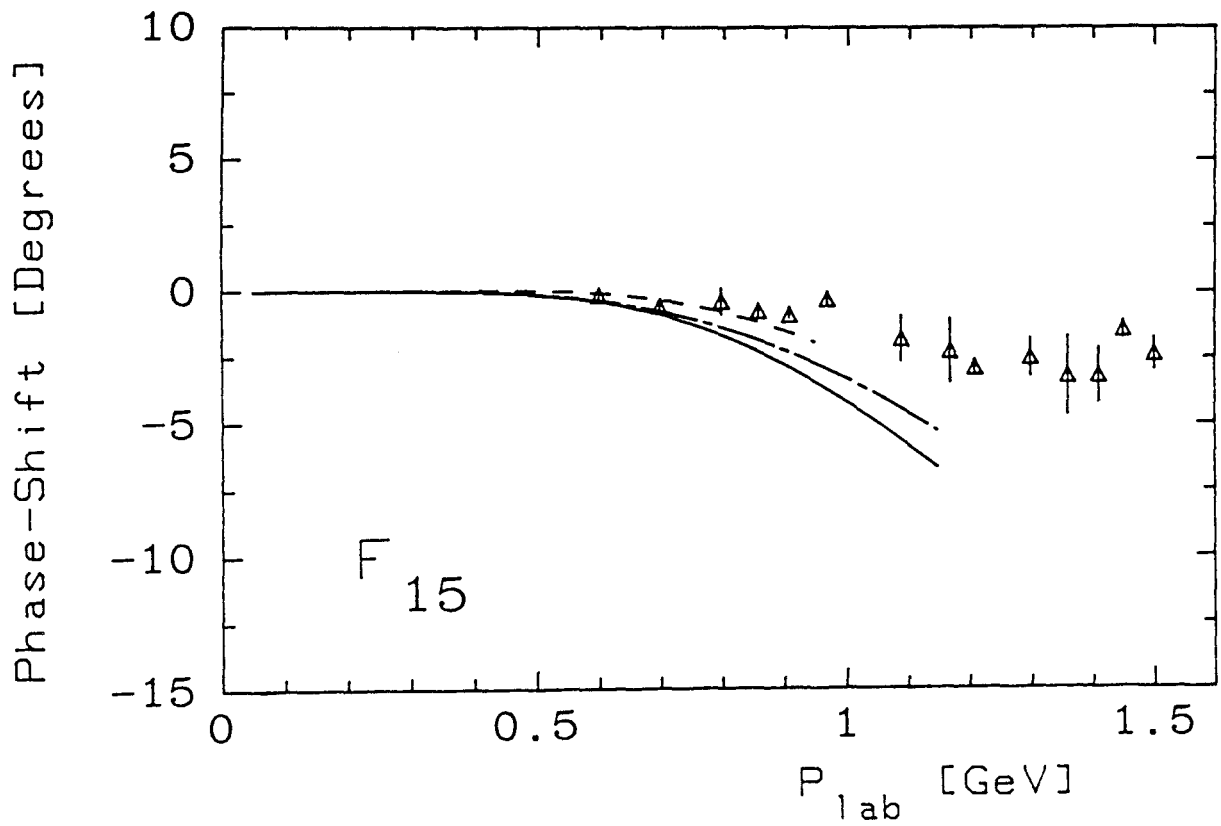
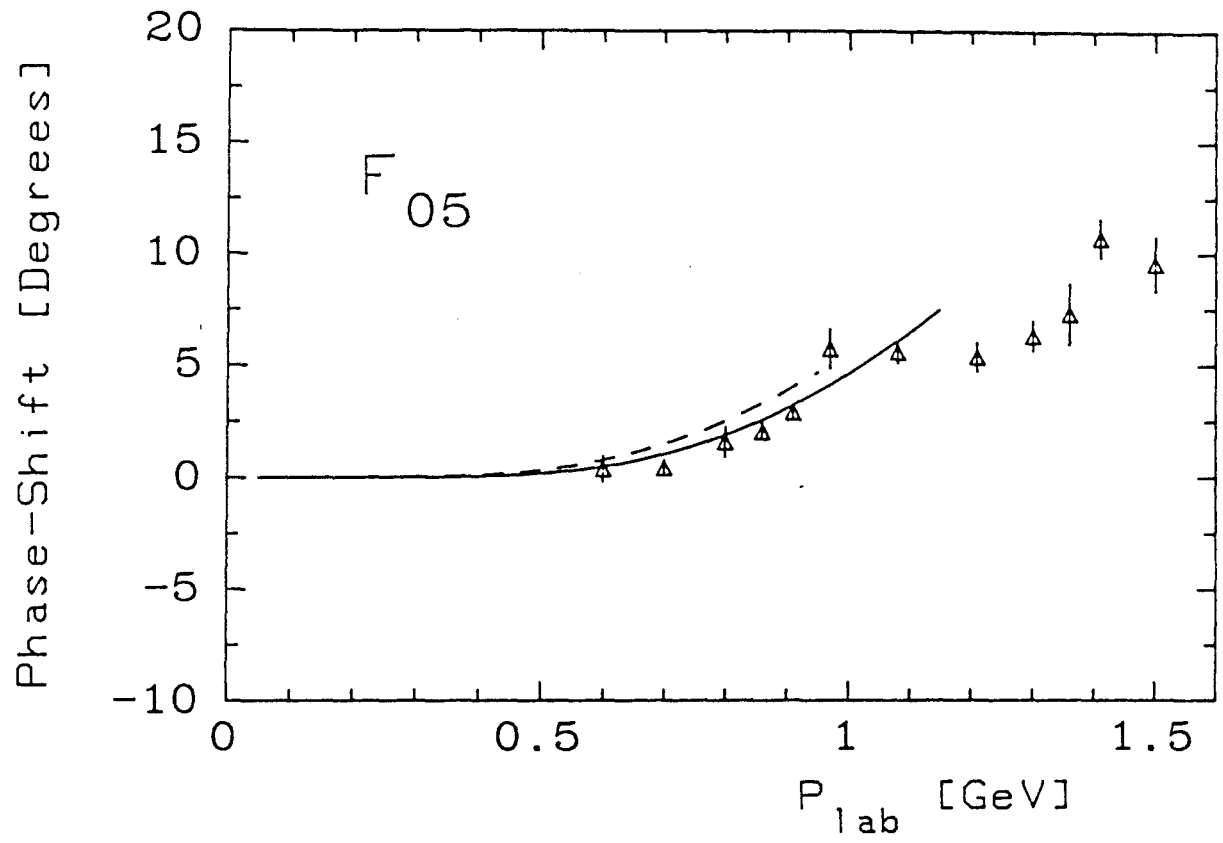


Fig. 20

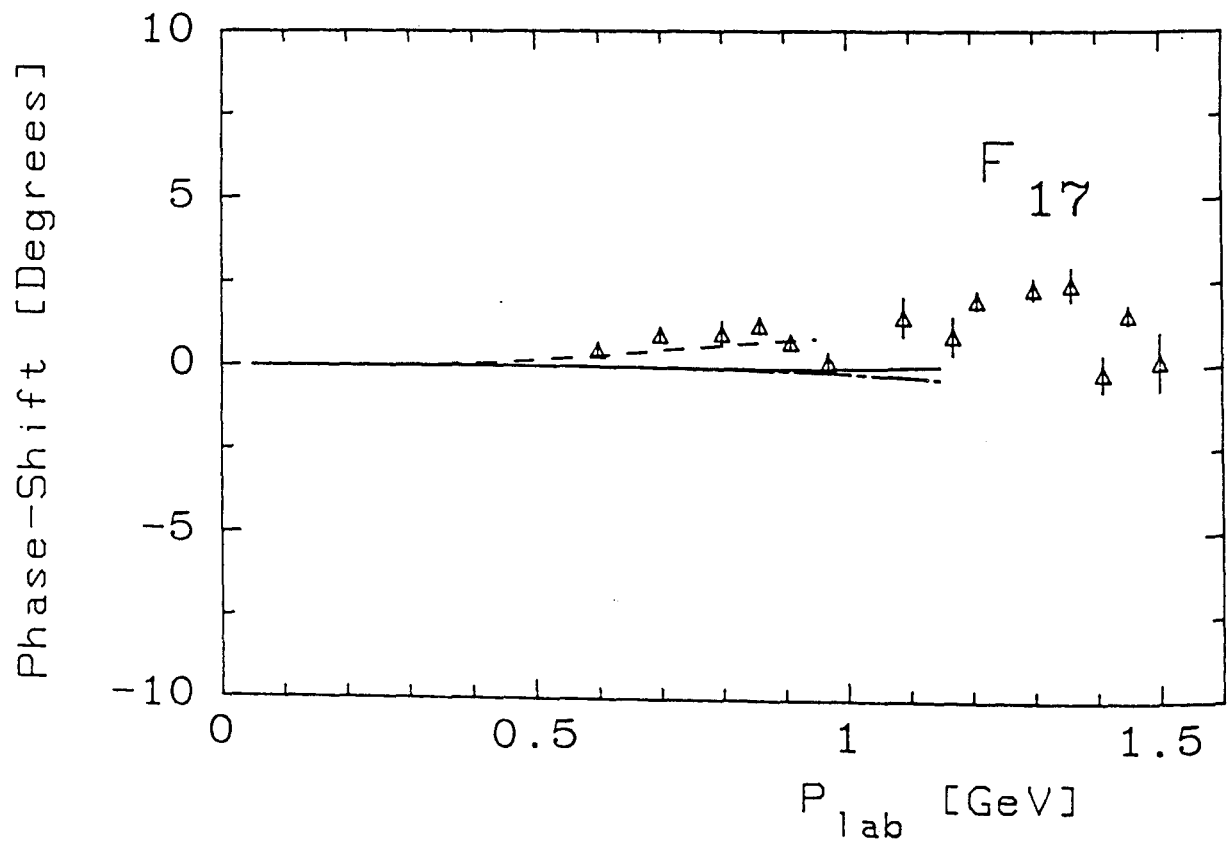
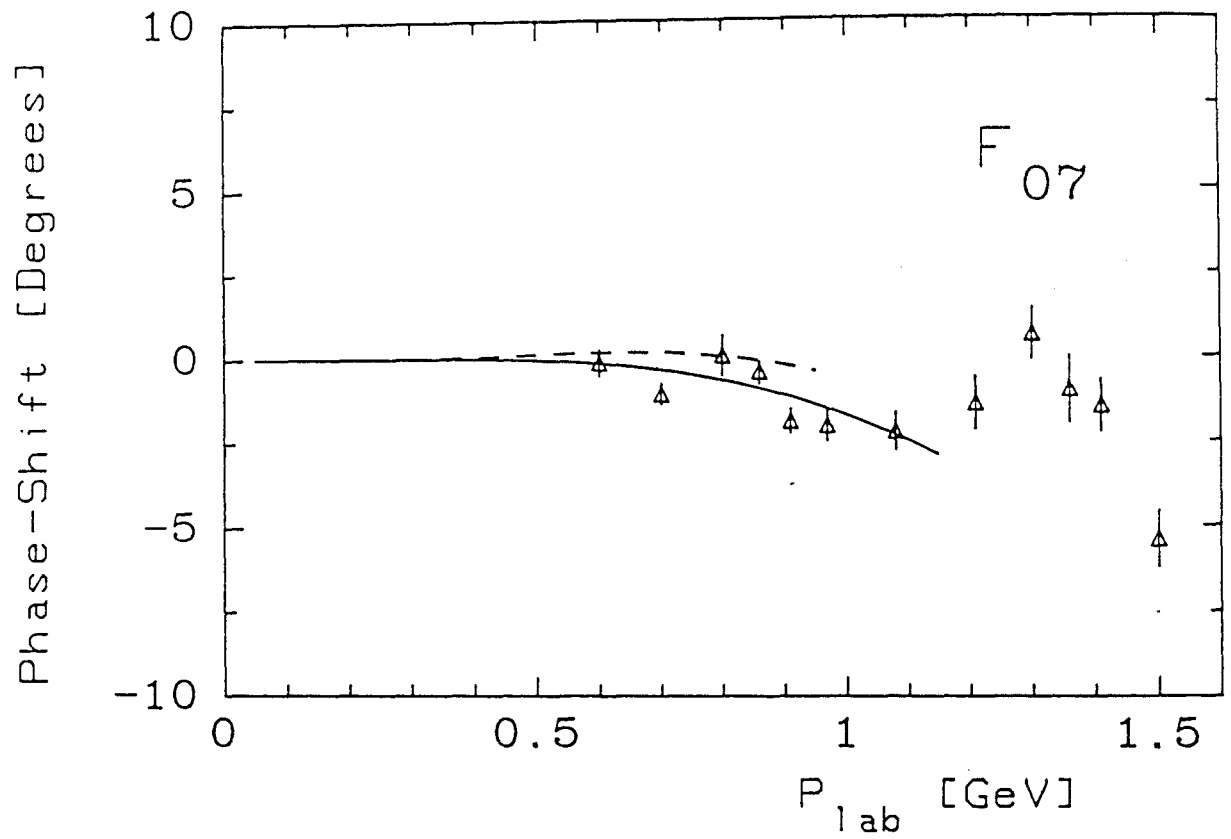


Fig. 21

Anhang A

Für die Pauli-Matrizen $\vec{\sigma}, \vec{\tau}$ (für Spin und Isospin) werden folgende Darstellungen benutzt:

$$\sigma^1, \tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2, \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3, \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

und für die Dirac-Matrizen γ^μ :

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \quad \gamma^{j=1,2,3} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}$$

mit der 2-dimensionalen Einheitsmatrix

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Dirac-Spinoren $u(p)$ sind als Lösung der freien Dirac-Gleichung

$$\{\gamma_\mu p^\mu - M\} u(p) = 0$$

definiert als (Bjo64)

$$u(p) = \sqrt{\frac{E+M}{2E}} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ E+M \end{pmatrix} |x(s)\rangle$$

mit $x(s)$ als Spinfunktion

und in der Helizitätsbasis (Erk74)

$$u(p; \lambda) = \sqrt{\frac{E+M}{2E}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\lambda p \\ E+M \end{pmatrix} |\lambda\rangle$$

mit $\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{2p} |\chi(s)\rangle = \lambda |\lambda\rangle$

$|\lambda\rangle$ als Helizitätseigenvektor zum Eigenwert λ

Für die Produkte der Dirac-Spinoren ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\bar{u}(p'; \lambda') u(p; \lambda) = u^\dagger(p'; \lambda') \gamma^0 u(p; \lambda)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \left\{ 1 - \frac{4\lambda'\lambda p'p}{(E' + M')(E + M)} \right\} \langle \lambda' | \lambda \rangle$$

$$\bar{u}(p'; \lambda') \gamma^0 u(p; \lambda) = u^\dagger(p'; \lambda') u(p; \lambda)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \left\{ 1 + \frac{4\lambda'\lambda p'p}{(E' + M')(E + M)} \right\} \langle \lambda' | \lambda \rangle$$

$$\bar{u}(p'; \lambda') \gamma^j (p' + p)_j u(p; \lambda) = u^\dagger(p'; \lambda') \gamma^0 \gamma^j (p' + p)_j u(p; \lambda)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \left\{ \frac{2\lambda'p'}{E' + M'} + \frac{2\lambda p}{E + M} \right\} \langle \lambda' | \sigma^j (p' + p)_j | \lambda \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \left\{ \frac{2\lambda'p'}{E' + M'} + \frac{2\lambda p}{E + M} \right\} \{ 2\lambda'p' + 2\lambda p \} \langle \lambda' | \lambda \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \{ E' - M' + E - M + 4\lambda'\lambda p'p \left(\frac{1}{E' + M'} + \frac{1}{E + M} \right) \} \langle \lambda' | \lambda \rangle$$

$$\bar{u}(p'; \lambda') \gamma^5 u(p; \lambda) = u^\dagger(p'; \lambda') \gamma^0 \gamma^5 u(p; \lambda)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \left\{ \frac{2\lambda p}{E + M} - \frac{2\lambda'p'}{E' + M'} \right\} \langle \lambda' | \lambda \rangle$$

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(p'; \lambda') \gamma^5 \gamma^0 u(p; \lambda) &= u^\dagger(p'; \lambda') \gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 u(p; \lambda) \\
 &= - u^\dagger(p'; \lambda') \gamma^5 u(p; \lambda) \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(E' + M')(E + M)}{E'E}} \left\{ \frac{2\lambda' p'}{E' + M'} + \frac{2\lambda p}{E + M} \right\} \langle \lambda' | \lambda \rangle
 \end{aligned}$$

mit

$$\langle \lambda' | \lambda \rangle = |\lambda' + \lambda| \cos \frac{\vartheta}{2} + (\lambda' - \lambda) \sin \frac{\vartheta}{2} \quad ; \quad \vartheta = \angle \vec{p}', \vec{p}$$

Der Polarisationsvektor $\epsilon_\mu(p)$ ist definiert als (Chu71, Gas67)

$$\epsilon_\mu^{S=1}(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos \vartheta \\ -i \\ \sin \vartheta \end{pmatrix}$$

$$\epsilon_\mu^{S=0}(p) = \frac{1}{M} \begin{pmatrix} p \\ E \sin \vartheta \\ 0 \\ E \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

$$\epsilon_\mu^{S=-1}(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \vartheta \\ -i \\ -\sin \vartheta \end{pmatrix}$$

und erfüllt die Vollständigkeitsrelation

$$\sum_S \epsilon^\mu(p) \epsilon_\nu(p) = -g_{\mu\nu}$$

mit

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Für den Polarisationsvektor gelten folgende Beziehungen (mit $\vec{p} = p\hat{e}_z$)

$$\epsilon_v^{\lambda=1}(p')p^\nu = -\frac{p}{\sqrt{2}} \sin\vartheta$$

$$\epsilon_v^{\lambda=0}(p')p^\nu = \frac{1}{M} \{p'E - pE' \cos\vartheta\}$$

$$\epsilon_v^{\lambda=-1}(p')p^\nu = \frac{p}{\sqrt{2}} \sin\vartheta$$

$$\epsilon_v^\lambda(p)p^\nu = 0 \quad (\lambda=1,2,3)$$

Anhang B

Bestimmung der Vertexfunktionen

a) für das Skalarmeson

$$\mathcal{V}_{N\sigma N} \sim -g_{N\sigma N} \int \phi_\sigma(x) \bar{\Psi}_N(x) \Psi_N(x) dx \Big|_{x_0=0}$$

mit den Definitionen der Feldoperatoren und der Definition der δ -Funktion

$$\delta(\vec{p}' - \vec{p} + \vec{q}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp(i(\vec{p}' - \vec{p} + \vec{q})\vec{x}) d\vec{x}$$

ergibt sich die Vertexfunktion

$$\mathcal{V}_{N\sigma N} = -\delta(\vec{p}'_N - \vec{p}_N + \vec{q}_\sigma) \frac{g_{N\sigma N}}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_\sigma}} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) u(p_N; \lambda_N)$$

$$\mathcal{V}_{K\sigma K} \sim -g_{K\sigma K} M_K \int \Psi_K^+(x) \Psi_K(x) \phi_\sigma(x) dx \Big|_{x_0=0}$$

$$= -\delta(\vec{p}'_K - \vec{p}_K - \vec{q}_\sigma) \frac{g_{K\sigma K} M_K}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{8E_\sigma E_K^+ E_K^-}}$$

b) für die Vektormesonen

$$\mathcal{V}_{NVN} \sim -g_{NVN} \int (\Phi_V(x))^\mu \bar{\Psi}_N(x) \gamma^\mu \Psi_N(x) dx \Big|_{x_0=0}$$

$$\sim -\frac{f_{NVN}}{4M} \int \{ \partial^\mu (\Phi_V(x))^\nu - \partial^\nu (\Phi_V(x))^\mu \} \bar{\Psi}_N(x) \sigma^{\mu\nu} \Psi_N(x) dx \Big|_{x_0=0}$$

mit den Definitionen der Feldoperatoren, der Definition der δ -Funktion und der Beziehung

$$\partial^\mu (\Phi_V(x))^\nu = -\partial^\nu (\Phi_V(x))^\mu$$

ergibt sich

$$\mathcal{V}_{NVN} = \delta(\vec{p}_N' - \vec{p}_N + \vec{q}_V) \frac{1}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_V}} \epsilon^\mu(q_V)$$

$$\bar{u}(p_N'; \lambda_N') \left\{ -g_{NVN} \gamma^\mu + \frac{f_{NVN}}{2M} i \sigma^{\mu\nu} (q_V)_\nu \right\} u(p_N; \lambda_N)$$

wendet man die Klein-Gordon-Zerlegung (Bjo64) an

$$\bar{u}(p'; \lambda') \gamma^\mu u(p; \lambda) = \bar{u}(p'; \lambda') \left\{ \frac{(p' + p)^\mu}{2M} - \frac{i \sigma^{\mu\nu} (p - p')_\nu}{2M} \right\} u(p; \lambda)$$

und benutzt die Abkürzung

$$G_{NVN} = g_{NVN} + f_{NVN}$$

vereinfacht sich die Vertexfunktion zu

$$\mathcal{V}_{NVN} = \delta(\vec{p}_N' - \vec{p}_N + \vec{q}_V) \frac{1}{\sqrt{2\pi^3} \sqrt{2E_V}} \epsilon^\mu(q_V)$$

$$\bar{u}(p_N'; \lambda_N') \left\{ -G_{NVN} \gamma^\mu + \frac{f_{NVN}}{2M} (p_N' + p_N)^\mu \right\} u(p_N; \lambda_N)$$

$$\mathcal{V}_{KVK} = -\frac{g_{KVK}}{2} \int \{ \psi_K^+(x) i \partial^\nu \psi_K(x) - i \partial^\nu \psi_K^+(x) \psi_K(x) \} (\Phi_V(x))_\nu dx \Big|_{x_0=0}$$

$$= -\frac{g_{KVK}}{2} \int \psi_K^+(x) \psi_K(x) (p_K' + p_K)^\nu (\Phi_V(x))_\nu dx \Big|_{x_0=0}$$

mit den Definitionen der Feldoperatoren und der Definition der δ -Funktion ergibt sich

$$\mathcal{V}_{KVK} = -\delta(\vec{p}'_K - \vec{p}_K - \vec{q}_V) \frac{g_{KVK}}{2\sqrt{2}\pi^3 \sqrt{8E_V E'_K E_K}} (p'_K + p_K)^\nu \epsilon_\nu(q_V)$$

c) für das Λ -Baryon:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{N\Lambda K} &\sim -g_{N\Lambda K} \int \bar{\Psi}_N(x) i\gamma^5 \Psi_K(x) \Phi_\Lambda(x) dx \Big|_{x_0=0} \\ &= -\delta(\vec{p}'_N - \vec{p}_K - \vec{q}_\Lambda) \frac{i g_{N\Lambda K}}{\sqrt{2}\pi^3 \sqrt{2E_K}} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \gamma^5 u(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{KAN} &\sim -g_{KAN} \int \bar{\Phi}_\Lambda(x) \Psi_K^+(x) i\gamma^5 \Psi_N(x) dx \Big|_{x_0=0} \\ &= -\delta(\vec{p}'_K - \vec{p}_N + \vec{q}_\Lambda) \frac{i g_{KAN}}{\sqrt{2}\pi^3 \sqrt{2E_K}} \bar{u}(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \gamma^5 u(p_N; \lambda_N) \end{aligned}$$

d) für das ρ -Meson im Box-Potential:

$$\mathcal{V}_{\Delta\rho N} \sim -\frac{g_{\Delta\rho N}}{M_\rho} \int \{ \partial^\mu(\Phi_\rho(x))^\nu - \partial^\nu(\Phi_\rho(x))^\mu \} (\Psi_\Delta(x))^\nu i\gamma^5 \gamma^\mu \Psi_N(x) dx \Big|_{x_0=0}$$

mit der Beziehung

$$\partial^\mu(\Phi_\rho(x))^\nu = -\partial^\nu(\Phi_\rho(x))^\mu$$

ergibt sich

$$\mathcal{V}_{\Delta\rho N} \sim - \frac{2g_{\Delta\rho N}}{M_\rho} \int \partial^\nu (\Phi_\rho(x))^\mu (\bar{\Psi}_\Delta(x))^\nu i\gamma^5 \gamma^\mu \Psi_N(x) dx \Big|_{x_0=0}$$

$$= - \delta(\vec{p}'_\Delta - \vec{p}'_N + \vec{q}_\rho) \frac{2g_{\Delta\rho N}}{\sqrt{2}\pi^3 \sqrt{2E_\rho} M_\rho}$$

$$\sum_{\substack{\lambda'_1, \lambda'_2 \\ \lambda'_1 + \lambda'_2 = \lambda'_\Delta}} < \frac{3}{2} \lambda'_\Delta | 1 \lambda'_1 \frac{1}{2} \lambda'_2 > \bar{u}(p'_\Delta; \lambda'_2) \bar{\varepsilon}^\nu(p'_\Delta)$$

$$\gamma^5 \gamma^\mu u(p_N; \lambda_N) (q_\rho)^\nu \bar{\varepsilon}^\mu(q_\rho)$$

Anhang C

Bestimmung der Übergangsmatrixelemente nach

$$\langle \lambda'_N | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle \sim \mathcal{V}_1 \text{ Pr } \mathcal{V}_2$$

Skalarmeson-Austausch:

$$\langle \lambda'_N | V_\sigma(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \frac{\text{Pr}_\sigma}{(2\pi)^3 4E_\sigma \sqrt{E'_K E_K}} M_K g_{N\sigma N} g_{K\sigma K} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) u(p_N; \lambda_N)$$

mit den in Anhang A hergeleiteten Beziehungen der Dirac-Spinoren ergibt sich im CM-System

$$\langle \lambda'_N | V_\sigma(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \sqrt{\frac{(E'_K + M'_K)(E_N + M_N)}{E'_N E'_K E_N E_K}} \frac{\text{Pr}_\sigma}{8E_\sigma (2\pi)^3} M_K g_{N\sigma N} g_{K\sigma K} \langle \lambda'_N | \lambda_N \rangle$$

$$\left\{ 1 - \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)} \right\}$$

Vektormeson-Austausch:

$$\langle \lambda'_N | V_V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \frac{\text{Pr}_V}{(2\pi)^3 8E_V \sqrt{E'_K E_K}} g_{KVK}$$

$$\bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \left\{ G_{NVN} \gamma^\mu - \frac{f_{NVN}}{2M} (p'_N + p_N)^\mu \right\} u(p_N; \lambda_N)$$

$$\sum_{S_V} \epsilon^\mu(q_V) \epsilon_\nu(q_V)$$

mit der Vollständigkeitsrelation des Polarisationsvektors

$$\sum_{S_V} \epsilon^\mu(q_V) \epsilon_\nu(q_V) = -g_{\mu\nu}$$

und der Beziehung

$$g_{\mu\nu}(p'_K + p_K)^\nu = (p'_K + p_K)_\mu$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_N | v_V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle &= \frac{p_{r_V}}{(2\pi)^3 8E_V \sqrt{E'_K E_K}} \\ &\quad [-G_{NVN} g_{KVK} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \gamma^0 u(p_N; \lambda_N) (E'_N + E'_K + E_N + E_K) \\ &\quad + G_{NVN} g_{KVK} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) u(p_N; \lambda_N) (M'_N + M_N) \\ &\quad + \frac{f_{NVN} g_{KVK}}{2M} \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) u(p_N; \lambda_N) ((E'_N + E_N)(E'_K + E_K) \\ &\quad + p'^2_N + 2p'_N p_N \cos\vartheta + p_N^2)] \end{aligned}$$

mit den in Anhang A hergeleiteten Beziehungen der Dirac-Spinoren ergibt sich im CM-System

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_N | v_V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle &= \sqrt{\frac{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}{E'_N E'_K E_N E_K}} \frac{p_{r_V}}{16E_V (2\pi)^3} \langle \lambda'_N | \lambda_N \rangle \\ &\quad [-G_{NVN} g_{KVK} \{1 + \frac{4\lambda'_N \lambda_N p' p}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}\} (E'_N + E'_K + E_N + E_K) \\ &\quad + G_{NVN} g_{KVK} \{1 - \frac{4\lambda'_N \lambda_N p' p}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}\} (M'_N + M_N) \\ &\quad + \frac{f_{NVN} g_{KVK}}{2M} \{1 - \frac{4\lambda'_N \lambda_N p' p}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}\} ((E'_N + E_N)(E'_K + E_K) \\ &\quad + p'^2 + 2p' p \cos\vartheta + p^2)] \end{aligned}$$

Λ -Baryon-Austausch:

$$\langle \lambda'_N | V_\Lambda(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = - \frac{Pr_\Lambda}{(2\pi)^3 2\sqrt{E'_K E_K}} g_{N\Lambda K}^2$$

$$\bar{u}(p_N; \lambda'_N) \gamma^5 \sum_{\lambda_\Lambda} u(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \bar{u}(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \gamma^5 u(p_N; \lambda_N)$$

mit den Energieprojektoren (Bjo64)

$$\sum_{\lambda_\Lambda} u(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) \bar{u}(q_\Lambda; \lambda_\Lambda) = \frac{\gamma^\mu q_\mu + M_\Lambda}{2E_\Lambda}$$

und den Relationen

$$\gamma^5 \gamma^\mu = -\gamma^\mu \gamma^5$$

$$\gamma^5 \gamma^5 = \mathbb{1}$$

ergibt sich das Übergangsmatrixelement

$$\langle \lambda'_N | V_\Lambda(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle = \frac{Pr_\Lambda}{(2\pi)^3 4E_\Lambda \sqrt{E'_K E_K}} g_{N\Lambda K}^2$$

$$[\bar{u}(p'_N; \lambda'_N) \gamma^0 u(p_N; \lambda_N) (E_\Lambda - E'_N - E_N)$$

$$+ \bar{u}(p'_N; \lambda'_N) u(p_N; \lambda_N) (M'_N + M_N - M_\Lambda)]$$

benutzt man die in Anhang A hergeleiteten Beziehungen der Dirac-Spinoren, ergibt sich im CM-System

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda'_N | V_\Lambda(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle &= \sqrt{\frac{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)}{E'_N E'_K E_N E_K}} \frac{Pr_\Lambda}{8E_\Lambda (2\pi)^3} g_{NAK}^2 \langle \lambda'_N | \lambda_N \rangle \\
 &\quad \left[\left\{ 1 + \frac{4\lambda'_N \lambda_N p' p}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)} \right\} (E'_\Lambda - E'_N - E_N) \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ 1 - \frac{4\lambda'_N \lambda_N p' p}{(E'_N + M'_N)(E_N + M_N)} \right\} (M'_N + M_N - M_\Lambda) \right]
 \end{aligned}$$

ρ -Meson-Austausch des Box-Diagramms:

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda'_\Delta | V_\rho(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle &= \frac{Pr_\rho}{(2\pi)^3 8E_\rho \sqrt{E'_K E_K}} g_{\Delta\rho N} g_{K\rho K} \\
 &\quad \sum_{\substack{\lambda'_1, \lambda'_2 \\ \lambda'_1 + \lambda'_2 = \lambda'_\Delta}} \langle \frac{3}{2} \lambda'_\Delta | 1 \lambda'_1 \frac{1}{2} \lambda'_2 \rangle \bar{\epsilon}^\nu(p'_\Delta) (p_N - p'_\Delta)^\nu \\
 &\quad \bar{u}(p'_\Delta; \lambda'_\Delta) \gamma^5 \gamma^\mu u(p_N; \lambda_N) \\
 &\quad \sum_{S_\rho} \epsilon^\mu(q_\rho) \epsilon_\nu(q_\rho) (p_K + p'_K)^\nu
 \end{aligned}$$

mit der Vollständigkeitsrelation des Polarisationsvektors

$$\sum_{S_\rho} \epsilon^\mu(q) \epsilon_\nu(q) = -g_{\mu\nu}$$

den Beziehungen

$$g_{\mu\nu} (p_K + p'_K)^\nu = (p_K + p'_K)_\mu$$

$$\bar{\epsilon}^\nu(p'_\Delta) (p'_\Delta)^\nu = 0$$

und den in Anhang A hergeleiteten Beziehungen der Dirac-Spinoren ergibt sich im CM-System

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda'_\Delta | V_\rho(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_N \rangle &= \sqrt{\frac{(E'_\Delta + M'_\Delta)(E_N + M_N)}{E'_\Delta E'_K E_N E_K}} \frac{Pr_\rho}{16E_\rho (2\pi)^3} g_{\Delta\rho N} g_{K\rho K} \\
 &\sum_{\substack{\lambda'_1, \lambda'_2 \\ \lambda'_1 + \lambda'_2 = \lambda'_\Delta}} \langle \frac{3}{2} \lambda'_\Delta | 1 \lambda'_1 \frac{1}{2} \lambda'_2 \rangle \langle \lambda'_2 | \lambda_N \rangle \\
 &\left[\left\{ \frac{2\lambda'_2 p'}{E'_\Delta + M'_\Delta} + \frac{2\lambda_N p}{E_N + M_N} \right\} (E'_\Delta + E'_K + E_N + E_K) \right. \\
 &\left. + \left\{ \frac{2\lambda'_2 p'_1}{E'_\Delta + M'_\Delta} - \frac{2\lambda_N p_N}{E_N + M_N} \right\} (M'_\Delta + M_N) \right] \\
 &\begin{pmatrix} -\frac{p}{\sqrt{2}} \sin\vartheta & \text{für } \langle \lambda'_1 = 1 | \\ \frac{1}{M'_\Delta} (p' E_N - p E'_\Delta \cos\vartheta) & \text{für } \langle \lambda'_1 = 0 | \\ \frac{p}{\sqrt{2}} \sin\vartheta & \text{für } \langle \lambda'_1 = -1 | \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Anhang D

Box-Potential:

$$\langle \lambda'_N | V_\rho^J(p', p) | \lambda_N \rangle = - \sum_{\lambda_\Delta} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\langle \lambda'_N | V_\rho^J(p', q) | \lambda_\Delta \rangle \langle \lambda_\Delta | V_\rho^J(q, p) | \lambda_N \rangle}{E(q) - z} q^2 dq$$

Das Integral besitzt bei $z = E(q_0)$ eine Polstelle, über die integriert wird. q_0 läßt sich bestimmen zu

$$q_0 = \frac{\sqrt{(z^2 - M_\Delta^2 - M_K^2)^2 - (2M_\Delta M_K)^2}}{2z}$$

Da der Pol nicht für alle Startenergien z auftritt, muß eine Fallunterscheidung durchgeführt werden

$$1. \quad z < M_\Delta + M_K = E(q=0)$$

es ist kein Pol vorhanden, die Integration kann ausgeführt werden.

$$2. \quad z > M_\Delta + M_K = E(q=0)$$

das Integral muß regularisiert werden.

Um das Integral zu regularisieren, wird zuerst eine Substitution durchgeführt

$$E(q) = \sqrt{q^2 + M_\Delta^2} + \sqrt{q^2 + M_K^2}$$

$$dq = dE(q) \frac{E_\Delta(q) E_K(q)}{q E(q)}$$

$$\begin{aligned} & \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', p) | \lambda_N \rangle \\ &= - \sum_{\lambda_{\Delta}} \mathbb{P} \int_{M_{\Delta} + M_K}^{\infty} \frac{q E_{\Delta}(q) E_K(q) \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', q) | \lambda_{\Delta} \rangle \langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N \rangle}{E(q)(E(q) - z)} dE(q) \end{aligned}$$

und das Hauptwertintegral

$$\mathbb{P} \int_{M_{\Delta} + M_K}^{\infty} \frac{f(q_0)}{E(q)(E(q) - z)} dE(q) = \frac{f(q_0)}{z} \ln \left\{ \left| \frac{z}{M_{\Delta} + M_K} - 1 \right| \right\}$$

addiert und subtrahiert. Für die Funktion $f(q_0)$ wird

$$f(q_0) = q_0 E_{\Delta}(q_0) E_K(q_0) \sum_{\lambda_{\Delta}} \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', q_0) | \lambda_{\Delta} \rangle \langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}^J(q_0, p) | \lambda_N \rangle$$

gewählt.

$$\begin{aligned} & \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', p) | \lambda_N \rangle \\ &= - \int_{M_{\Delta} + M_K}^{\infty} \frac{1}{E(q)(E(q) - z)} \{ q E_{\Delta}(q) E_K(q) \sum_{\lambda_{\Delta}} \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', q) | \lambda_{\Delta} \rangle \langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}^J(q, p) | \lambda_N \rangle \\ & \quad - q_0 E_{\Delta}(q_0) E_K(q_0) \sum_{\lambda_{\Delta}} \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', q_0) | \lambda_{\Delta} \rangle \langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}^J(q_0, p) | \lambda_N \rangle \} dE(q) \\ & \quad + \frac{q_0 E_{\Delta}(q_0) E_K(q_0)}{z} \sum_{\lambda_{\Delta}} \langle \lambda_N' | V_{\rho}^J(p', q_0) | \lambda_{\Delta} \rangle \langle \lambda_{\Delta} | V_{\rho}^J(q_0, p) | \lambda_N \rangle \ln \left\{ \left| \frac{z}{M_{\Delta} + M_K} - 1 \right| \right\} \end{aligned}$$

wird die Substitution wieder rückgängig gemacht, erhält man für das Potential

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', p) | \lambda_N \rangle &= - \int_0^\infty \frac{1}{E(q)-z} \{ q^2 \sum_{\lambda_\Delta} \langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', q) | \lambda_\Delta \rangle \langle \lambda_\Delta | V^J_\rho(q, p) | \lambda_N \rangle \\
 &\quad - \frac{q_0 q E_\Delta(q_0) E_K(q_0)}{E_\Delta(q) E_K(q)} \sum_{\lambda_\Delta} \langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', q_0) | \lambda_\Delta \rangle \langle \lambda_\Delta | V^J_\rho(q_0, p) | \lambda_N \rangle \} dq \\
 &\quad + \frac{q_0 E_\Delta(q_0) E_K(q_0)}{z} \sum_{\lambda_\Delta} \langle \lambda'_N | V^J_\rho(p', q_0) | \lambda_\Delta \rangle \langle \lambda_\Delta | V^J_\rho(q_0, p) | \lambda_N \rangle \\
 &\quad \ln \left\{ \left| \frac{z}{M_\Delta + M_K} - 1 \right| \right\}
 \end{aligned}$$

R-Matrix-Gleichung:

$$\begin{aligned}
 \langle JLS | R^J(p', p | z) | JLS \rangle &= \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\
 &\quad - \mathcal{P} \int_0^\infty q^2 \frac{\langle JLS | V^J(p', q) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(q, p | z) | JLS \rangle}{E(q)-z} dq
 \end{aligned}$$

Substitution:

$$E(q) = \sqrt{q^2 + M_N^2} + \sqrt{q^2 + M_K^2}$$

$$dq = dE(q) \frac{E_N(q) E_K(q)}{q E(q)}$$

$$\begin{aligned}
 \langle JLS | R^J(p', p | z) | JLS \rangle &= \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\
 &\quad - \mathcal{P} \int_{M_N + M_K}^\infty \frac{q E_N(q) E_K(q)}{E(q)(E(q)-z)} \langle JLS | V^J(p', q) | JLS \rangle \\
 &\quad \langle JLS | R^J(q, p | z) | JLS \rangle dE(q)
 \end{aligned}$$

Da in dem Integral immer über die Polstelle $z = E(q_0)$ (mit $q_0=p$) integriert wird, muß das Hauptwertintegral

$$\mathcal{P} \int_{M_N + M_K}^{\infty} \frac{f(p)}{E(q)(E(q)-z)} dE(q) = \frac{f(p)}{z} \ln \left\{ \frac{z}{M_N + M_K} - 1 \right\}$$

addiert und subtrahiert werden. Für die Funktion $f(p)$ wird

$$f(p) = p E_N(p) E_K(p) \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(p, p|z) | JLS \rangle$$

gewählt.

$$\begin{aligned} \langle JLS | R^J(p', p|z) | JLS \rangle &= \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\ &- \int_{M_N + M_K}^{\infty} \frac{1}{E(q)(E(q)-z)} \{ q E_N(q) E_K(q) \langle JLS | V^J(p', q) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(q, p|z) | JLS \rangle \\ &- p E_N(p) E_K(p) \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(p, p|z) | JLS \rangle \} dE(q) \\ &+ \frac{p E_N(p) E_K(p)}{z} \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(p, p|z) | JLS \rangle \ln \left\{ \frac{z}{M_N + M_K} - 1 \right\} \end{aligned}$$

wird die Substitution wieder rückgängig gemacht, erhält man für die R-Matrix

$$\begin{aligned} \langle JLS | R^J(p', p|z) | JLS \rangle &= \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \\ &- \int_0^{\infty} \frac{1}{E(q)-z} \{ q^2 \langle JLS | V^J(p', q) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(q, p|z) | JLS \rangle \\ &- \frac{p q E_N(p) E_K(p)}{E_N(q) E_K(q)} \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(p, p|z) | JLS \rangle \} dq \\ &+ \frac{p E_N(p) E_K(p)}{z} \langle JLS | V^J(p', p) | JLS \rangle \langle JLS | R^J(p, p|z) | JLS \rangle \ln \left\{ \frac{z}{M_N + M_K} - 1 \right\} \end{aligned}$$

Literaturverzeichnis

- Bjo64 J.D. Bjorken, S.D. Drell; Relativistische Quantenmechanik;
B.I. Hochschultaschenbücher, Band 98 (1964); Anhang A
- Chu71 S.U. Chung, Spin Formalisms;
Academic Training Programme of CERN, CERN 71-8 (1971)
- DCA76 A.C. Davis, W.N. Cottingham, J.W. Alcock; A Unitary Calculation of
Particle Exchange in KN Scattering and "Composite" Resonances;
Nucl. Phys. B111 (1976) 233
- DCA78 A.C. Davis, W.N. Cottingham, J.W. Alcock; The Multichannel Blanken-
becler-Sugar Equation in Low-Energy Kaon-Nucleon Scattering;
J. Phys. G4 (1978) 323
- Dov82 C.B. Dover; The Interaction of Kaons with Nucleons and Nuclei;
Phys. Rep. 89 (1982) 1
- Erk74 K. Erkelenz; Current Status of the Relativistic Two-Nucleon One Boson
Exchange Potential;
Phys. Rev. Lett. 13C (1974) 191
- Fer79 W. Ferchländer; Optische Pseudopotentiale für die Pion-Pion- und Pi-
on-Nukleon-Wechselwirkung;
Dissertation (1979)
- Gas67 S. Gasiorowicz; Elementary Particle Physics;
J. Wiley and Sons Inc., New York (1967); chapter 27
- Has84 K. Hashimoto; K^+N Phase Shifts from 600 to 1500 MeV/c;
Phys. Rev. 29C (1984) 1377

- Hol81 K. Holinde; Two-Nucleon Forces and Nuclear Matter;
Phys. Rev. Lett. 68 (1981) 121
- Joa75 C. Joachain; Quantum Collision Theory;
North-Holland Publ. Comp., Amsterdam (1975); Appendix F
- Kot74 K. Kotthoff; Über die Berücksichtigung mesonischer Freiheitsgrade im
Zweiteilchenproblem und im Vielteilchenproblem;
Dissertation (1974)
- Pil73 H. Pilkuhn; Compilation of Coupling Constants and Low-Energy Parameters;
Nucl. Phys. B65 (1973) 460
- Rom69 P. Roman; Introduction to Quantum Field Theory;
J. Wiley and Sons Inc., New York (1969); Chapter 4
- Wer66 J. Werle; Relativistic Theory of Reactions;
North-Holland Publ. Comp., Amsterdam (1966); Chapter 4

Danksagung

Herrn Prof. J. Speth danke ich für die Unterstützung und Betreuung meiner Diplomarbeit. Mit seinem lebhaften Interesse an den Resultaten dieser Arbeit in jedem Stadium ermutigte er mich, alle auftauchenden Probleme anzufassen.

Ganz besonders gilt mein Dank Herrn Dr. K. Holinde für die Mühe und Zeit, die er für die Förderung der vorliegenden Arbeit aufbrachte.

Danken möchte ich auch Herrn B. Holzenkamp für seine ständige Diskussionsbereitschaft über physikalische Probleme, die unsere beiden Arbeiten betrafen. Für Tips und Hilfestellungen bei numerischen Problemen danke ich den Herren E. Brökel, R. Gissler, Dr. F. Grümmer und A. Schulte. Allen anderen Mitgliedern des Institut für theoretische Kernphysik danke ich für die freundliche Arbeitsatmosphäre.

Natürlich gilt auch mein besonderer Dank Frau M. Heese für das Schreiben des Manuskripts.

